3ème – Théorème de Thalès – ACTIVITÉS

.

Activité 1 : Le théorème de Thalès

Partie A : De la conjecture…

À l'aide d'un logiciel de géométrie (Geogebra), on a obtenu les trois figures suivantes. Les droites d et d' sont sécantes en A et les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

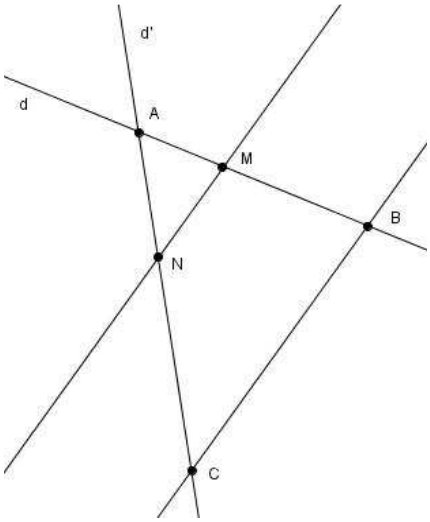


Figure 1

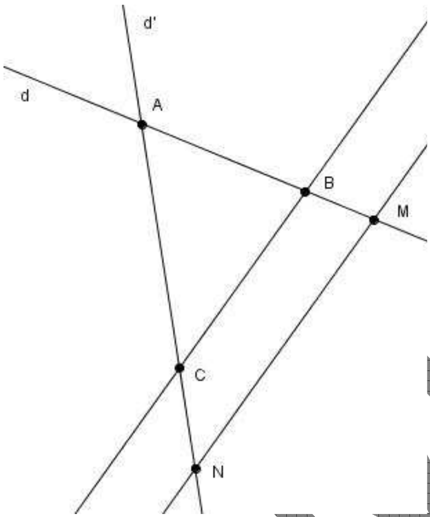


Figure 2

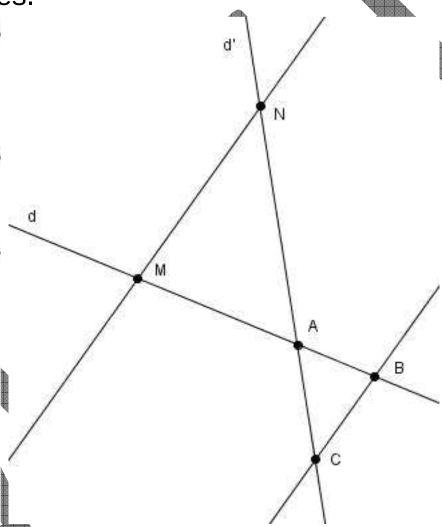


Figure 3

1) Pour chacune des trois figures, mesurer les longueurs puis évaluer les rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ (en utilisant les arrondis au millimètre).

2) Pour chacune des trois figures, que peut-on dire des trois rapports ?

3) Dans les cas des *figures 1* et *2*, on a utilisé en 4ème la propriété suivante :

Si deux triangles ABC et AMN sont tels que :

- M est un point de la demi-droite [AB),
- N est un point de la demi-droite [AC),
- les droites (BC) et (MN) sont parallèles,

alors on a l'égalité des rapports : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Que remarque-t-on pour la *figure 3* ?
Recopier et compléter la phrase ci-dessous :
« Conjecture : D'après les trois figures précédentes, il semble que … ».

Partie B : …à la démonstration (pour le troisième cas)

1) Reproduire la figure 3. Construire le point P symétrique du point M par rapport au point A et le point Q symétrique du point N par rapport au point A.
2) Que peut-on dire des droites (MN) et (PQ) ? Et des droites (PQ) et (BC) ? Justifier la réponse.
Indication : Pour cette démonstration, on a besoin des propriétés de la symétrie centrale.
3) Écrire les égalités des rapports en utilisant la propriété rappelée dans la **partie A**.
4) En déduire que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
5) Recopier et compléter la propriété suivante, qu'on appelle le **théorème de Thalès** :
« Si les points A, M, B et les points A, N, C sont alignés et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors : $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$. »

Activité 2 : La réciproque du théorème de Thalès

On a représenté ci-dessous trois figures dans lesquelles :

- les droites d et d' sont sécantes en A ;
- B et M sont des points de d ;
- C et N sont des points de d'.

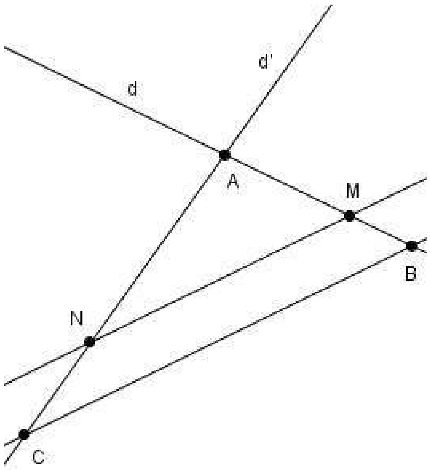


Figure 1

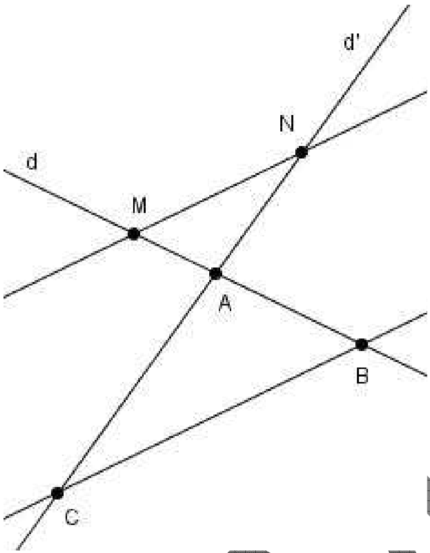


Figure 2

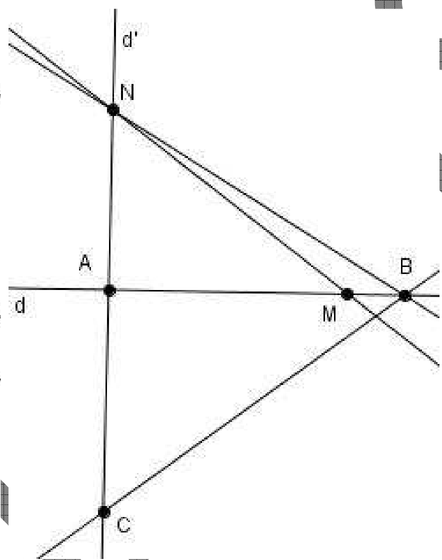


Figure 3

1) Pour chacune des trois figures, mesurer les longueurs puis évaluer les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ (en utilisant les arrondis au millimètre).

2) Que remarque-t-on ?

3) Comment semblent être les droites (BC) et (MN) dans chaque cas ?

On sait que :

- les droites d et d' sont sécantes en A ;
- B et M sont des points de d ;
- C et N sont des points de d' tels que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Ces données permettent-elles de faire une déduction sur les droites (BC) et (MN) ?

4) Quelle **condition sur la position des points** faut-il ajouter à ces données ?

Activité 3 : Partager un segment sans règle graduée

Soit un segment [AB] donné. On veut construire à l'aide d'une règle (non graduée) et d'un compas des points C de la droite (AB) tels que : $\frac{CA}{AB} = \frac{3}{5}$.

1) Tracer un segment [AB] puis une demi-droite [A*x*).

2) Choisir un écartement du compas pour unité et en reportant la même longueur, graduer la demi-droite [A*x*). Placer les points et P et Q tels que AP = 3 et AQ = 5.

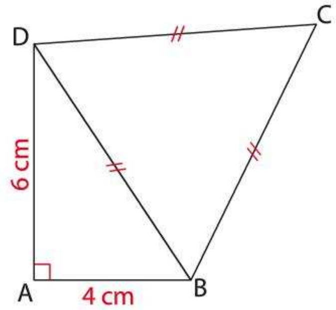
3) Tracer la parallèle à (BQ) passant par P ; elle coupe [AB] en C.

4) Démontrer que $\frac{CA}{AB} = \frac{3}{5}$.

5) Existe-t-il un point C' de la droite (AB) distinct de C tel que $\frac{C'A}{AB} = \frac{3}{5}$? Si oui, le construire.

Activité 4 : Agrandissement et réduction

Partie A : Comprendre les effets sur les angles et les aires



ABCD est le quadrilatère ci-dessus.

1) a) Construire une réduction A'B'C'D' de ce quadrilatère dans le rapport 0,5.

b) Quelle est la mesure de chacun des angles $\widehat{D'A'B'}$ et $\widehat{D'B'C'}$.

c) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABD, puis l'aire $\mathcal{A}$' du triangle A'B'D'.

Recopier et compléter $\mathcal{A}' = 0{,}5^{\cdots} \times \mathcal{A}$.

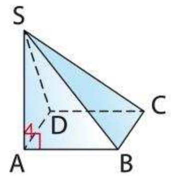
2) a) Construire un agrandissement A''B''C''D'' du quadrilatère ABCD dans le rapport 1,5.

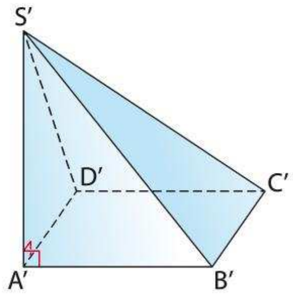
b) Recopier et compléter :

- $\widehat{D''A''B''}$ = …
- $\widehat{D''B''C''}$ = …
- $\mathcal{A}''$ = … × $\mathcal{A}$ où $\mathcal{A}''$ est l'aire du triangle A''B''D''.

3) Recopier et compléter la conjecture suivante : « Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, les longueurs sont…, les angles sont…, les aires sont… ».

Partie B : Comprendre l'effet sur les volumes





SABCD est une pyramide de base le rectangle ABCD et de hauteur [SA] telle que AB = 12 cm, BC = 10 cm et SA = 15 cm.

1) La pyramide S'A'B'C'D' est un agrandissement de la pyramide SABCD dans le rapport 2.

a) Calculer le volume $\mathcal{V}$ en cm^3 de la pyramide SABCD.

b) Calculer l'aire du rectangle A'B'C'D' et la longueur S'A'.

c) En déduire le volume $\mathcal{V}$' en cm^3 de la pyramide S'A'B'C'D'.

Recopier et compléter $\mathcal{V}' = 2^{\cdots} \times \mathcal{V}$.

2) On construit une réduction de la pyramide SABCD dans le rapport 0,4.

Calculer le volume de cette réduction.

3) Recopier et compléter la conjecture suivante : « Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, les volumes sont… ».