

# Chapitre 12 : Inéquations

## I – Ordre et opérations.

### 1 – Addition, soustraction et ordre.

Propriétés :  $a$ ,  $b$  et  $c$  désignent trois nombres relatifs.

- Les nombres  $a + c$  et  $b + c$  sont rangés dans le même ordre que les nombres  $a$  et  $b$ .  
Par exemple : Si  $a < b$ , alors  $a + c < b + c$ .
- Les nombres  $a - c$  et  $b - c$  sont rangés dans le même ordre que les nombres  $a$  et  $b$ .  
Par exemple : Si  $a < b$ , alors  $a - c < b - c$ .

Exemples :

$$\begin{array}{l} x - 5 < 11 \\ +5 \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow +5 \\ x - 5 + 5 < 11 + 5 \\ x < 16 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} y + 13 < 14 \\ -13 \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow -13 \\ y + 13 - 13 < 14 - 13 \\ y < 1 \end{array}$$

### 2 – Multiplication, division et ordre.

Propriétés :  $a$ ,  $b$  et  $c$  désignent trois nombres relatifs.

- Si  $c > 0$ , alors les nombres  $a \times c$  et  $b \times c$  (ou  $\frac{a}{c}$  et  $\frac{b}{c}$ ) sont rangés dans le même ordre que les nombres  $a$  et  $b$ . Par exemple : Si  $a < b$  et  $c > 0$ , alors  $a \times c < b \times c$  et  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ .
- Si  $c < 0$ , alors les nombres  $a \times c$  et  $b \times c$  (ou  $\frac{a}{c}$  et  $\frac{b}{c}$ ) sont rangés dans l'ordre inverse des nombres  $a$  et  $b$ . Par exemple : Si  $a < b$  et  $c < 0$ , alors  $a \times c > b \times c$  et  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ .

Exemples :

$$\begin{array}{l} 5x < 10 \\ \div 5 \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \div 5 \\ \frac{5x}{5} < \frac{10}{5} \\ x < 2 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \times(-6) \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \times(-6) \\ \frac{x}{-6} \times (-6) > 3 \times (-6) \\ x > -18 \end{array}$$

On divise chaque membre par 5 qui est positif : l'ordre est conservé.

$$\frac{x}{-6} < 3$$

On multiplie chaque membre par  $-6$  qui est négatif : l'ordre est inversé.

Propriété : Les opposés de deux nombres sont rangés dans l'ordre inverse de ces nombres.  $a$  et  $b$  désignent deux nombres relatifs. Si  $a < b$ , alors  $-a > -b$ .

Exemple :  $3 < 5$ , donc  $-3 > -5$ .

## II – Inéquations du premier degré à une inconnue.

### 1 – Définitions.

- Une inéquation est une inégalité dans laquelle intervient un nombre inconnu, désigné le plus souvent par une lettre.
- Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telles que l'inégalité soit vraie. Les valeurs trouvées sont appelées les solutions de l'inéquation.

### 2 – Méthode générale de résolution.

- Simplifier au maximum chacun des deux membres de l'inéquation ;
  - Regrouper les termes en  $x$  dans le membre de gauche ;
  - Regrouper les termes constants dans le membre de droite ;
  - Diviser chacun des deux membres par le coefficient de  $x$  ;
- ⚠ Attention au signe du coefficient de  $x$**
- Conclure : énoncer les solutions de l'inéquation.

### 3 – Exemple.

Résoudre l'inéquation :  $8 - 6x \leq 2(2x - 1)$

a) 
$$8 - 6x \leq 2 \times 2x - 2 \times 1$$
$$8 - 6x \leq \underline{4x} - 2$$
$$\begin{array}{l} -4x \downarrow \\ 8 - 6x - 4x \leq 4x - 2 - 4x \\ 8 - 10x \leq -2 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{l} -8 \downarrow \\ 8 - 10x - 8 \leq -2 - 8 \\ -10x \leq -10 \end{array}$$
$$\begin{array}{l} +(-10) \downarrow \\ \frac{-10x}{-10} \geq \frac{10}{-10} \\ x \geq 1 \end{array}$$

d) 
$$\frac{-10x}{-10} \geq \frac{10}{-10}$$
$$x \geq 1$$

- e) Les solutions de cette inéquation sont les nombres supérieurs ou égaux à 1.  
Représentation graphique des solutions (les solutions sont en orange) :



Remarque : On représente l'ensemble des solutions d'une inéquation sur une droite graduée. Le crochet indique si l'extrémité fait ou non partie des solutions.