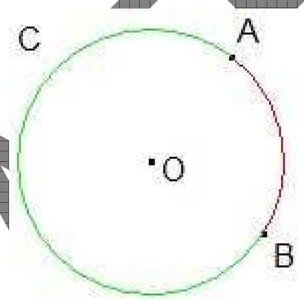
Chapitre 13 : Angles et polygones.

I – Angle inscrit, angle au centre.

1 – Arcs de cercle.

Propriété : Deux points distincts A et B d'un cercle C définissent deux arcs de cercle.

Exemple :



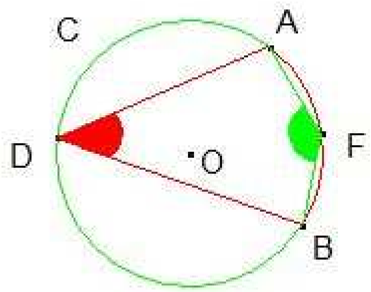
Les points A et B définissent un petit arc (en rouge) noté $\overset{\frown}{AB}$ et un grand arc (en vert) noté $\overset{\smile}{AB}$.

2 – Angle inscrit dans un cercle.

Définition : Dans un cercle, un angle inscrit est un angle dont le sommet est un point du cercle et dont les côtés coupent ce cercle.

Exemple :

L'angle $\widehat{AFB}$ est un angle inscrit qui intercepte l'arc $\overset{\smile}{AB}$ (qui ne contient pas le point F).



L'angle $\widehat{ADB}$ est un angle inscrit qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AB}$ (qui ne contient pas le point D).

3 – Angle au centre.

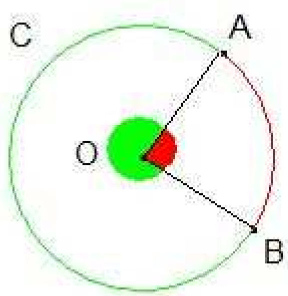
Rappels :

- Un angle saillant a une mesure comprise entre 0° e t 180°.
- Un angle rentrant a une mesure comprise entre 180° et 360°.

Définition : Dans un cercle, un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre du cercle.

Exemple :

L'angle rentrant $\widehat{AOB}$ est l'angle au centre interceptant le grand arc $\overset{\smile}{AB}$.

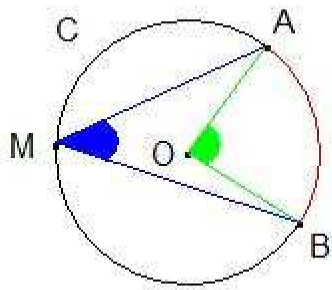


L'angle saillant $\widehat{AOB}$ est l'angle au centre interceptant le petit arc $\overset{\frown}{AB}$.

4 – Propriétés.

Propriété 1 : Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, alors la mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre.

Exemple :



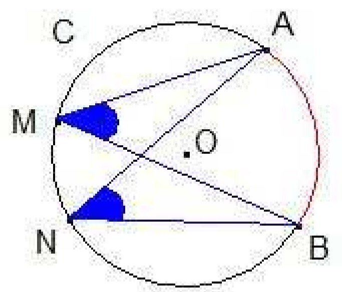
C est un cercle de centre O.
L'angle $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit dans le cercle C.
L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle au centre du cercle C.

Ces deux angles interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$.

Donc : $\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \times \widehat{AOB}$ ou $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB}$.

Propriété 2 : Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle, alors ils ont la même mesure.

Exemple :



C est un cercle de centre O.
Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont deux angles inscrits dans le cercle C.

Ces deux angles interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$.
Donc : $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$.

II – Polygones réguliers.

Définition : Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.

Exemples :

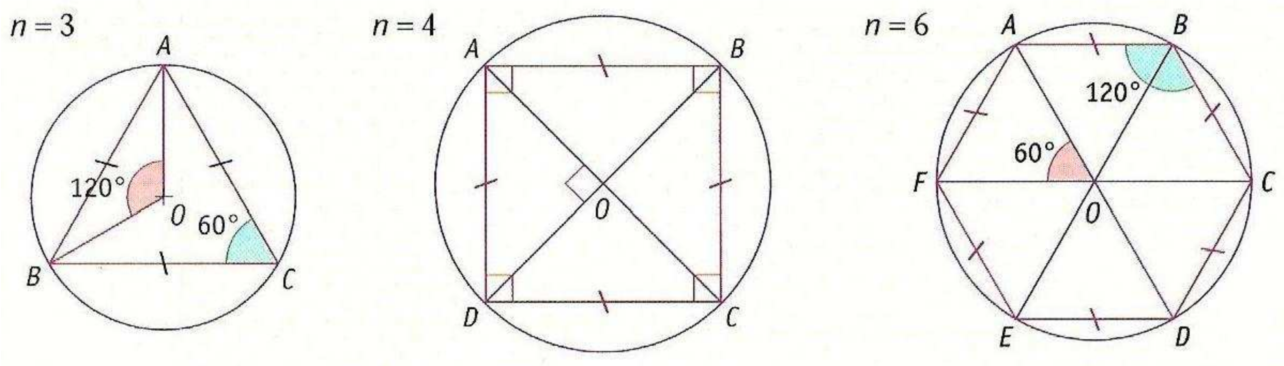
Propriétés :

1) Un polygone régulier est **inscriptible dans un cercle** (c'est-à-dire que le cercle passe par tous les sommets du polygone régulier).
Le centre de ce cercle est appelé **centre du polygone régulier**.

Réciproquement, si un polygone est inscriptible dans un cercle et ses côtés ont la même longueur, alors c'est un polygone régulier.

2) Si un polygone à n côtés est régulier, alors tous les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs du polygone ont la même mesure. Cette mesure est égale à $\frac{360°}{n}$.

<u>Exemples</u> :



$\widehat{AOB} = \frac{360°}{3} = 120°$ $\widehat{AOD} = \frac{360°}{4} = 90°$ $\widehat{AOF} = \frac{360°}{6} = 60°$