Chapitre 1 : Théorème de Pythagore.

I – Racine carrée.

Définition : Soit x un nombre positif. La racine carrée de x, notée $\sqrt{x}$, est le nombre positif dont le carré est égal à x : $(\sqrt{x})^2 = x$.

Exemples :

- $\sqrt{16}$ est le nombre positif dont le carré est égal à 16, donc $\sqrt{16} = 4$.
- $\sqrt{9}$ est le nombre positif dont le carré est égal à 9, donc $\sqrt{9} = 3$.

Exercice : Donner les valeurs des racines carrées suivantes :

$\sqrt{49} =$ $\sqrt{81} =$ $\sqrt{121} =$ $\sqrt{36} =$ $\sqrt{64} =$ $\sqrt{100} =$

Calculatrice : La touche $\boxed{\sqrt{}}$ *d'une calculatrice permet de trouver la valeur exacte ou une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre.*

Exemples :

- $\sqrt{8} \approx 2{,}8$; $\sqrt{17} \approx 4{,}1$; $\sqrt{23} \approx 4{,}8$ sont des valeurs approchées au dixième.
- $\sqrt{8} \approx 2{,}83$; $\sqrt{17} \approx 4{,}12$; $\sqrt{23} \approx 4{,}80$ sont des valeurs approchées au centième.

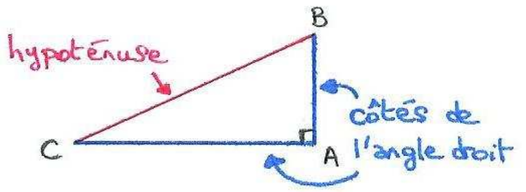
II – Vocabulaire.

Définition : Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.

Exemple :

Sur le dessin ci-contre :

- le triangle ABC est rectangle en A,
- le côté [BC] est l'hypoténuse du triangle ABC.



Remarque : L'hypoténuse est le plus grand des trois côtés.

III – Théorème de Pythagore.

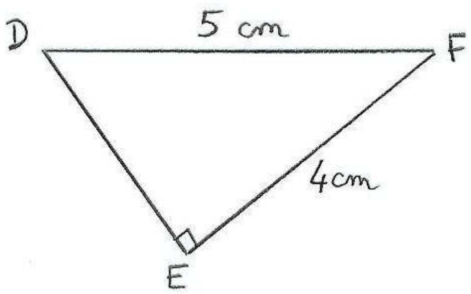
Propriété de Pythagore :
Le triangle rectangle est caractérisé par l'égalité de Pythagore, c'est-à-dire, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Exemple :
Le triangle ABC, rectangle en A, est caractérisé par l'égalité de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Remarque :
L'égalité précédente peut aussi s'écrire $AB^2 = BC^2 - AC^2$ ou $AC^2 = BC^2 - AB^2$.

IV – Comment calculer la longueur d’un côté d’un triangle rectangle à partir de celles des deux autres ?

Exemple : Calculer, au mm près, la longueur DE du triangle DEF ci-dessous.



Méthode

1) On repère le triangle rectangle et on vérifie que les longueurs données sont exprimées dans la même unité.

2) On nomme la propriété utilisée.

3) On applique la propriété, puis on remplace les longueurs par les valeurs numériques et on effectue les calculs en utilisant si nécessaire la touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ de la calculatrice.

4) On conclut.

Solution

1) On sait que le triangle DEF est rectangle en E.

2) et 3)
D’après la propriété de Pythagore, on a :
$DF^2 = DE^2 + EF^2$ c’est-à-dire $5^2 = DE^2 + 4^2$.
Donc $25 = DE^2 + 16$, d’où $DE^2 = 25 - 16 = 9$.
Donc $DE = \sqrt{9} = 3$.

4) Donc DE mesure 3 cm.

V – Comment démontrer qu’un rectangle est ou n’est pas rectangle ?

Exemple : Démontrer que le triangle LMN tel que LM = 5 cm, LN = 12 cm et MN = 13 cm est un triangle rectangle.

Méthode

1) On repère le plus grand côté et on calcule le carré de sa longueur.

2) On calcule la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

3) On compare les résultats obtenus.

4) On nomme la propriété utilisée et on conclut.

Solution

1) On sait que [MN] est le plus grand côté.
$MN^2 = 13^2 = 169$.

2) $LM^2 + LN^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$.

3) On constate que : $MN^2 = LM^2 + LN^2$.

4) D’après la propriété de Pythagore, on a que le triangle LMN est rectangle en L.