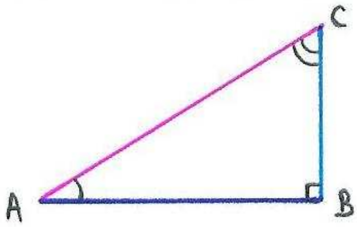
Chapitre 11 : Triangle rectangle et cosinus d'un angle aigu.

I – Vocabulaire.

Définition : Dans un triangle rectangle, chaque angle aigu est déterminé par deux côtés.
L'un de ces côtés est l'hypoténuse, l'autre est appelé le côté adjacent à l'angle.

Exemple : Soit ABC un triangle rectangle en B.



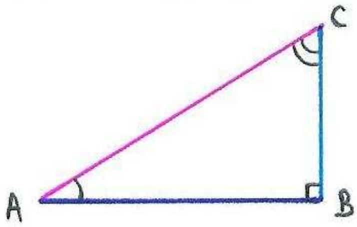
L'hypoténuse est **AC**.
Le côté adjacent à l'angle $\widehat{CAB}$ est **AB**.
Le côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$ est **CB**.

II – Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

Définition : Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au quotient de la longueur du côté adjacent à l'angle par la longueur de l'hypoténuse :

cosinus d'un angle aigu = $\dfrac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$

Exemple – Notation : Soit ABC un triangle rectangle en B.



Le cosinus de l'angle $\widehat{CAB}$ se note cos $\widehat{CAB}$.
Le cosinus de l'angle $\widehat{ACB}$ se note cos $\widehat{ACB}$.
On a : cos $\widehat{CAB}$ = $\dfrac{\mathbf{AB}}{\mathbf{AC}}$ et cos $\widehat{ACB}$ = $\dfrac{\mathbf{CB}}{\mathbf{AC}}$.

Remarque :
Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté le plus long et les longueurs sont positives.
Le cosinus d'un angle aigu est donc un nombre strictement positif et strictement inférieur à 1.
En reprenant l'exemple précédent, on note alors : 0 < cos $\widehat{CAB}$ < 1 et 0 < cos $\widehat{ACB}$ < 1.
Le cosinus d'un angle aigu n'a pas d'unité.

III – Cosinus et calculatrice.

⚠ ATTENTION : Il faut mettre sa calculatrice en mode degré.

1 – Exemple 1.

Calculer un arrondi au millième de cos 23° :

On tape la séquence de touches : $\boxed{\text{cos}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\text{EXE}}$ ou $\boxed{\text{ENTRER}}$
Ainsi, cos 23° ≈ 0,921.

2 – Exemple 2.

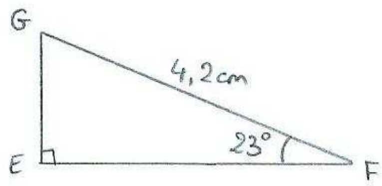
Calculer un arrondi au degré de la mesure de l'angle aigu $\widehat{CAB}$ sachant que cos $\widehat{CAB}$ = 0,9 :

On tape la séquence de touches : $\boxed{2^{nd}}$ $\boxed{\text{cos}}$ $\boxed{0}$ $\boxed{.}$ $\boxed{9}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\text{EXE}}$ ou $\boxed{\text{ENTRER}}$
Ainsi, $\widehat{CAB} \approx 26°$.

IV – Applications.

1 – Calculer le côté adjacent connaissant l'hypoténuse et l'angle.

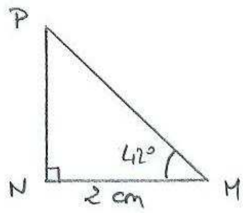
Énoncé : Soit EFG un triangle rectangle en E tel que
FG = 4,2 cm et $\widehat{EFG}$ = 23°.
Calculer l'arrondi au mm de la longueur EF.



Rédaction : On sait que le triangle EFG est rectangle en E.
Donc cos $\widehat{EFG}$ = $\frac{\text{FE}}{\text{FG}}$ c'est-à-dire $\frac{\cos 23°}{1} = \frac{\text{FE}}{4,2}$.
Donc FE = 4,2 × cos 23°, et donc FE ≈ 3,9 cm.

2 – Calculer l'hypoténuse connaissant le côté adjacent et l'angle.

Énoncé : Soit MNP un triangle rectangle en N tel que
MN = 2 cm et $\widehat{PMN}$ = 42°.
Calculer l'arrondi au mm de la longueur MP.



Rédaction : On sait que le triangle MNP est rectangle en N.
Donc cos $\widehat{PMN}$ = $\frac{\text{MN}}{\text{MP}}$ c'est-à-dire $\frac{\cos 42°}{1} = \frac{2}{\text{MP}}$.
Donc MP = $\frac{2}{\cos 42°}$, et donc MP ≈ 2,7 cm.

3 – Calculer l'angle connaissant le côté adjacent et l'hypoténuse.

Énoncé : Soit RST un triangle rectangle en R tel que
TR = 4 cm et TS = 7 cm.
Calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{RTS}$.

Rédaction : On sait que le triangle RST est rectangle en R.
Donc cos $\widehat{RTS}$ = $\frac{\text{TR}}{\text{TS}}$ c'est-à-dire cos $\widehat{RTS} = \frac{4}{7}$.
Donc $\widehat{RTS} = \cos^{-1}(\frac{4}{7})$, et donc $\widehat{RTS} \approx 55°$.