Chapitre 13 : Proportionnalité – Pourcentages – Vitesse.

I – Proportionnalité.

1 – Rappels.

Définition : Un tableau est un tableau de proportionnalité si on passe d'une ligne à l'autre en multipliant ou en divisant par un nombre, toujours le même.
Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Exemple : Voici un tableau de proportionnalité représentant le prix des fraises.

Poids des fraises (en kg)	1	3	5
Prix (en €)	6	18	30

Pour obtenir les nombres de la deuxième ligne, on multiplie ceux de la première par 6.
On dit que les prix des fraises est proportionnel au poids.
Le coefficient de proportionnalité est 6.
Il représente ici le prix d'un kilogramme de fraises.

2 – Quatrième proportionnelle et produit en croix.

Propriétés :

- Dans un tableau de proportionnalité, il y a égalité des produits en croix.
- Réciproquement, si tous les produits en croix d'un tableau sont égaux, alors il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

Remarque : Pour calculer une quatrième proportionnelle, on peut donc utiliser l'égalité des produits en croix.

Exemple : On reprend l'exemple précédent avec le prix des fraises.
On veut compléter le tableau suivant :

5	7
30	x

On a : $\frac{30}{5} = \frac{x}{7}$. Donc, d'après l'égalité des produits en croix : 30 × 7 = 5 × x.

Ainsi : $x = \frac{30 \times 7}{5}$ = 42. Le prix de 7 kg de fraises est donc de 42 €.

3 – Représentation graphique.

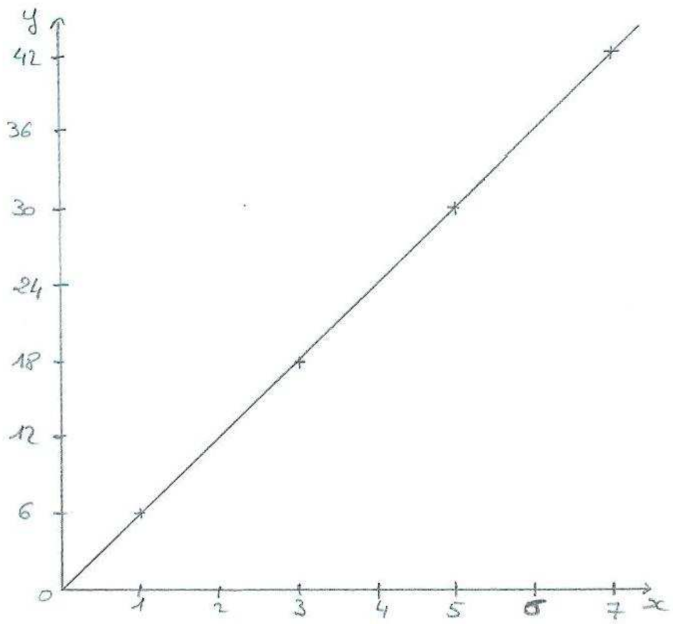
Propriété : Si x et y sont les valeurs de deux grandeurs proportionnelles, alors il existe un nombre a tel que $y = a \times x$ où a est le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Le prix des fraises.
On note x le poids en kg et y le prix en €, on a : $y = 6 \times x$.
Lorsqu'on écrit $y = 6x$, on dit que l'on a exprimé le prix y en fonction du poids x.

Propriétés :

- Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement dans un repère par des points alignés entre eux et avec l'origine de ce repère.
- Réciproquement, si les points d'un graphique sont alignés entre eux et avec l'origine d'un repère, alors ces points représentent une situation de proportionnalité.

Exemple : Le prix des fraises.



- Les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.
- Le prix des fraises est proportionnel au poids des fraises.
- On dit que cette situation de proportionnalité se traduit par une fonction linéaire.

II – Pourcentages.

1 – Appliquer un pourcentage.

Exemple : Dans une classe, il y a 44 % de filles.
Combien y a-t-il de filles dans une classe de 25 élèves ?

Nombre d'élèves	100	25
Nombre de filles	44	x

$x = \frac{25 \times 44}{100}$ = 11. Dans une classe de 25 élèves, il y a donc 11 filles.

2 – Calculer un pourcentage.

Exemple : Dans une classe de $4^{\text{ème}}$, il y a 25 élèves dont 15 filles.
Quel est le pourcentage de filles dans cette classe ?

Nombre d'élèves	25	100
Nombre de filles	15	x

$x = \frac{15 \times 100}{25}$ = 60. Dans cette classe de $4^{\text{ème}}$, il y a donc % de filles.

3 – Augmentation et diminution.

Propriétés :

- Pour augmenter un nombre de a %, on multiplie ce nombre par $(1 + \frac{a}{100})$.
- Pour diminuer un nombre de a %, on multiplie ce nombre par $(1 - \frac{a}{100})$.

Exemple :
Le prix d'un maillot de bain de 15 € est augmenté de 20 % en juin, puis diminué de 20 % en juillet.

- $15 \times (1 + \frac{20}{100}) = 15 \times (1 + 0{,}2) = 15 \times 1{,}2 = 18$ €.

Le maillot de bain coûte 18 € en juin.

- $18 \times (1 - \frac{20}{100}) = 18 \times (1 - 0{,}2) = 18 \times 0{,}8 = 14{,}40$ €.

Le maillot de bain coûte 14,40 € en juillet.

Remarque :
Une augmentation de 20 % suivie d'une diminution de 20 % ne ramène pas à la valeur initiale.

4 – Calculer un pourcentage sur une réunion de deux groupes.

Méthode : **a)** Calculer pour chaque groupe l'effectif concerné par le caractère étudié.
b) Faire la somme de ces effectifs.
c) Calculer l'effectif total des deux groupes.
d) Déterminer le pourcentage par rapport à l'effectif total.

Exemple : Dans un collège, parmi les 250 élèves de 6ème et 5ème, 20 % viennent en vélo au collège et parmi les 300 élèves de 4ème et 3ème, 70 % viennent en vélo au collège.
Quel est le pourcentage des élèves qui viennent à vélo dans ce collège ?

a) $250 \times \frac{20}{100} = 50$: en 6ème et 5ème, 50 élèves viennent à vélo.

$300 \times \frac{70}{100} = 210$: en 4ème et 3ème, 210 élèves viennent à vélo.

b) 50 + 210 = 260 : au total, 260 élèves viennent à vélo.

c) 250 + 300 = 550 : il y a 550 élèves dans ce collège.

d) $\frac{260}{550} \times 100 \approx 47{,}3$: il y a environ 47,3 % des élèves qui viennent à vélo dans ce collège.

III – Vitesse.

1 – Vitesse moyenne.

Définition :
La vitesse moyenne d'un mobile est la vitesse à laquelle il se serait déplacé si sa vitesse avait été constante sur une distance donnée et pendant une durée donnée.

La vitesse moyenne v d'un mobile se calcule en effectuant le quotient de la distance parcourue d par la durée t nécessaire pour parcourir cette distance : $v = \frac{d}{t}$.

La vitesse s'exprime généralement en kilomètres par heure (km/h ou $km.h^{-1}$) ou en mètres par seconde (m/s ou $m.s^{-1}$).

Exemple : Un automobiliste effectue un trajet de 280 km en 3 h.

Sa vitesse moyenne sur ce trajet est : $v = \frac{280}{3} \approx 93{,}3$ km/h.

Conséquences :

- La vitesse moyenne et la durée d'un parcours étant connues, on peut calculer la distance parcourue : $d = v \times t$.
- La vitesse moyenne et la distance d'un parcours étant connues, on peut calculer la durée du parcours : $t = \frac{d}{v}$.

2 – Changement d'unité de vitesse.

Méthode : **a)** Convertir les unités de longueur et les unités de temps.
b) Exprimer par une phrase ce que l'on a converti.
c) Calculer la distance parcourue en 1 s ou 1 h (suivant les cas).
d) Conclure.

Exemple 1 : Convertir 72 km/h en m/s.

a) 72 km = 72 000 m et 1 h = 3 600 s.

b) Je parcours 72 000 m en 3 600 s.

c) $v = \frac{72\,000}{3\,600} = 20$.

d) La vitesse est de 20 m/s.

Exemple 2 : Convertir 13 m/s en km/h.

a) 13 m = 0,013 km et 1 $s = \frac{1}{3\,600}$ h.

b) Je parcours 0,013 km en $\frac{1}{3\,600}$ h.

c) $v = \frac{0{,}013}{\frac{1}{3\,600}} = 0{,}013 \times 3\,600 = 46{,}8$.

d) La vitesse est de 46,8 km/h.