

Chapitre 14 : Statistiques.

I – Moyenne d'une série statistique.

Pour calculer la moyenne des valeurs d'une série :

- On additionne toutes les valeurs de la série,
- Puis on divise cette somme par l'effectif total de la série.

Exemple : Voici les notes obtenues par un élève de 4^{ème} 1 au 2^{ème} trimestre (sur 20) :
6 ; 4 ; 13 ; 10 ; 8,5 ; 14 ; 13 ; 16,5.

La moyenne des notes de cet élève est donc : $\frac{6 + 4 + 13 + 10 + 8,5 + 14 + 13 + 16,5}{8} = \frac{85}{8} \approx 10,63$.

La moyenne des notes de cet élève est : 10,63/20.

Remarques :

- ❖ La moyenne d'une série n'est pas forcément égale à l'une des valeurs de cette série.
- ❖ La moyenne d'une série est rarement égale à la moyenne des valeurs extrêmes.
- ❖ La moyenne d'une série est toujours comprise entre les valeurs extrêmes.

II – Moyenne pondérée d'une série statistique.

Lorsqu'on donne un coefficient à chaque valeur, on peut alors calculer la moyenne pondérée.

Pour calculer la moyenne des valeurs d'une série, pondérées par leurs effectifs :

- On multiplie chaque valeur par son effectif,
- On additionne tous les produits obtenus,
- Puis on divise cette somme par l'effectif total de la série.

Exemple : On reprend l'exemple précédent en donnant un coefficient à chaque note :

Note	6	4	13	10	8,5	14	13	16,5
Effectif (Coefficient)	1	0,5	2	1	2	1	1	1

L'effectif total est : $1 + 0,5 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 9,5$.

La moyenne pondérée des notes de cet élève est donc :

$$\frac{6 \times 1 + 4 \times 0,5 + 13 \times 2 + 10 \times 1 + 8,5 \times 2 + 14 \times 1 + 13 \times 1 + 16,5 \times 1}{9,5} = \frac{104,5}{9,5} = 11.$$

La moyenne pondérée des notes de cet élève est : 11/20.

Remarque : Une moyenne et une moyenne pondérée sont généralement différentes.

III – Moyenne et moyenne des moyennes partielles.

La moyenne des moyennes partielles d'une série statistique n'est pas nécessairement égale à la moyenne de cette série.

Exemple : Le tableau ci-dessous donne la moyenne d'âge, en année, et l'effectif de chacun des quatre groupes d'un club de football.

Groupe	Minimes (13 à 14 ans)	Cadets (15 à 16 ans)	Juniors (17 à 18 ans)	Seniors (20 à 34 ans)
Moyenne d'âge	13,3	15,6	17,2	32,8
Effectif	40	50	35	25

- La moyenne d'âge **M** de l'ensemble des membres de ce club de football est la moyenne pondérée par les effectifs, où les valeurs sont les moyennes d'âge des quatre groupes :

$$M = \frac{13,3 \times 40 + 15,6 \times 50 + 17,2 \times 35 + 32,8 \times 25}{40 + 50 + 35 + 25} = \frac{2734}{150} \approx 18,23$$

Donc la moyenne d'âges des membres de ce club de football est environ 18,2 ans

- La moyenne **m** des moyennes d'âges des groupes de ce club de football est donnée par :

$$m = \frac{13,3 + 15,6 + 17,2 + 32,8}{4} = \frac{78,9}{4} = 19,725$$

Donc la moyenne des moyennes d'âge des groupes de ce club de football est environ 19,7 ans

- On constate que la moyenne d'âge des membres de ce club n'est pas égale à la moyenne des moyennes d'âge des quatre groupes

Remarques :

- ❖ Au collège, pour calculer la moyenne annuelle d'un élève en mathématiques, on calcule la moyenne des moyennes trimestrielles.
- ❖ Mais en général, la moyenne d'une série statistique est égale à la moyenne pondérée des moyennes partielles de cette série.

IV – Moyenne approchée d'une série avec regroupement en classes.

Dans le cas d'une série statistique avec regroupement en classes, il n'est pas possible de connaître la valeur exacte de la moyenne pondérée, mais on peut en calculer une valeur approchée, il faut alors :

- Calculer le centre de chaque classe,
- Puis calculer la moyenne pondérée de cette nouvelle série.

Exemple : On étudie la durée du trajet pour venir au collège dans une classe de 4^{ème}.

Durée t du trajet (en min)	$0 \leq t < 10$	$10 \leq t < 20$	$20 \leq t < 30$
Centre des classes	5	15	25
Effectif	7	13	5

$$\text{Moyenne} = \frac{5 \times 7 + 15 \times 13 + 25 \times 5}{25} = \frac{355}{25} = 14,2.$$

Dans cette classe de 4^{ème}, les élèves mettent en moyenne 14,2 minutes pour venir au collège.

V – Interprétation – Pour aller plus loin...

La moyenne est un critère de position.

Intérêt :

La moyenne permet de faire un lissage de toutes les données.

Limites :

Elle n'est pas représentative de l'ensemble des données, en particulier lorsque l'on a des valeurs extrêmes hautes et basses.

De plus, le calcul de la moyenne des moyennes est souvent imprécis.

Il existe un autre critère de position : la médiane.

La médiane est la valeur qui permet de partager une série numérique ordonnée en deux parties de même nombre d'éléments.

VI – Utilisation d'un tableur.

1 Comment calculer une moyenne avec un tableur

Énoncé On donne ci-dessous les tailles, en m, de 30 élèves d'un collège.

1,75 1,49 1,68 1,78 1,54 1,88 1,71 1,57 1,64 1,76
1,63 1,55 1,60 1,82 1,67 1,52 1,70 1,72 1,55 1,73
1,74 1,75 1,48 1,62 1,77 1,53 1,80 1,66 1,85 1,64

Calculer, à l'aide d'un tableur, la taille moyenne de ces élèves.

On donnera l'arrondi au centimètre.

Solution

The image shows three stages of a spreadsheet calculation:

- Initial state:** Column A contains 30 height values. Cell B2 is selected and contains the text "Moyenne".
- Function selection:** The "Formules" menu is open, and "MOYENNE" is selected from the list.
- Argument entry:** The "Arguments de la fonction" dialog box is open. "Nombre1" is set to "A2:A31".
- Final result:** The spreadsheet shows the formula $=MOYENNE(A2:A31)$ in B2, with the calculated value 1,671 displayed below it.

On ouvre une feuille de calcul.
On entre les données dans une colonne, A par exemple.
On sélectionne une cellule, B2 par exemple, dans laquelle le résultat sera affiché.
On nomme les deux colonnes.

Pour demander le calcul de la moyenne des données :
– on clique sur le signe = ;
– on sélectionne « MOYENNE » dans la liste des fonctions du tableur ;
– dans la fenêtre « Arguments de la fonction », on entre « A2:A31 » dans la ligne « Nombre 1 » ;
– on valide en cliquant sur **OK** (ou « Entrée » au clavier).

La moyenne s'affiche dans la cellule B2.

Donc la moyenne des tailles des 30 élèves du collège est environ **1,67 m**.

2 Comment calculer une moyenne pondérée avec un tableur

Énoncé La répartition des jeunes inscrits dans un centre de vacances, en fonction de leur âge en années, est donnée dans le tableau ci-dessous.

Âge	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectif	17	109	141	162	154	146	45	26

Calculer, à l'aide d'un tableur, l'âge moyen d'un jeune de ce centre de vacances. On donnera l'arrondi au dixième d'année.

Solution

On ouvre une feuille de calcul.
On entre les âges dans une colonne, A par exemple, et les effectifs dans une autre colonne, B par exemple. On sélectionne une cellule, C2 par exemple, dans laquelle le résultat sera affiché.
On nomme les trois colonnes.

On demande d'abord le calcul de la somme des produits des valeurs par leurs effectifs respectifs :
– on clique sur le signe = ;
– on sélectionne « SOMMEPROD » dans la liste des fonctions du tableur ;
– on entre « A2:A9 » dans la ligne « Matrice1 » et « B2:B9 » dans la ligne « Matrice2 » ;
– on valide en cliquant sur **OK**.

Pour demander le calcul de la moyenne pondérée, c'est-à-dire du quotient de « SOMMEPROD(A2:A9;B2:B9) » par l'effectif total :
– on entre « / » dans la barre de formule ;
– on sélectionne « SOMME » dans la liste des fonctions du tableur ;
– on entre « B2:B9 » dans la ligne « nombre 1 » ;
– on valide en cliquant sur **OK**.

On obtient l'arrondi au dixième en cliquant sur l'icône autant de fois que nécessaire.

Donc l'âge moyen d'un jeune de ce centre de vacances est environ **13,3** ans.