

Chapitre 2 : Les nombres relatifs.

I – Rappels.

1 – Généralités.

Les nombres positifs et les nombres négatifs constituent les nombres relatifs.

Remarques :

- ❖ Un nombre qui comporte un signe « - » est un nombre négatif.
- ❖ Un nombre écrit sans signe ou qui comporte un signe « + » est un nombre positif.
- ❖ 0 est à la fois un nombre positif et négatif.

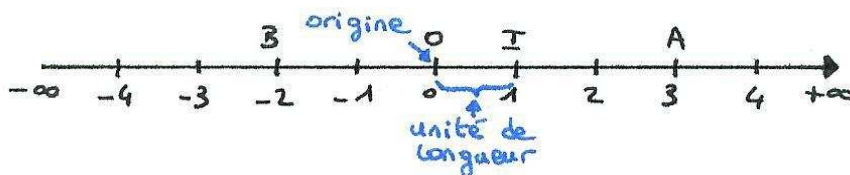
2 – Repérage sur une droite graduée.

Définition : Une droite graduée est une droite sur laquelle on a fixé :

- un point appelé origine, repéré par zéro ;
- un sens de parcours : de la gauche vers la droite ;
- une unité de longueur reportée régulièrement.

Propriété : Sur une droite graduée :

- chaque point est repéré par un nombre relatif unique appelé l'abscisse du point.
- à chaque nombre relatif, on associe un point unique.



Exemples : Sur la droite graduée ci-dessus d'origine O :

- l'abscisse du point O est zéro.
- (-2) est l'abscisse du point B.
- la distance à zéro du nombre (+3) est la longueur du segment [OA], c'est-à-dire 3.

Définition : Deux nombres relatifs qui ont la même distance à zéro et des signes contraires sont des nombres relatifs opposés.

Remarques :

- ❖ L'opposé d'un nombre positif est négatif ; l'opposé d'un nombre négatif est positif.
- ❖ L'opposé de 0 est 0.
- ❖ Sur une droite graduée, deux points symétriques par rapport à l'origine ont des abscisses opposées.

3 – Comparaison de deux nombres relatifs.

Propriétés :

- Si deux nombres sont positifs, alors le plus petit est celui qui est le plus près de zéro. On dit que c'est celui qui a la plus petite distance à zéro.
- Si deux nombres sont négatifs, alors le plus petit est celui qui est le plus éloigné de zéro. On dit que c'est celui qui a la plus grande distance à zéro.
- Tout nombre négatif est inférieur à tout nombre positif (sauf zéro qui est à la fois positif et négatif).

Exemples :



- a) $1,7 < 3,6$
- b) $-4,1 < -2,3$
- c) $-2 < 1$

4 – Somme de deux ou plusieurs nombres relatifs.

Propriétés :

- a) Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :
 - on garde le signe commun aux deux nombres ;
 - on additionne les distances à zéro.
- b) Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :
 - on garde le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
 - on soustrait les distances à zéro.
- c) La somme de deux nombres relatifs opposés est égale à zéro.
- d) Pour effectuer une somme de plusieurs nombres relatifs, on peut déplacer et regrouper les termes dans l'ordre que l'on veut.

Exemples :

$$A = (-6) + (-2) = -8.$$

$$B = (-8) + (+3) = -5.$$

$$C = (-8) + (+8) = (+8) + (-8) = 0.$$

$$D = (-25) + (+37) + (-75) + (+13) = (-25) + (-75) + (+37) + (+13) = (-100) + (+50) = -50.$$

5 – Différence de deux nombres relatifs.

Propriété : Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

Exemples :

- $(+13) - (-6) = (+13) + (+6) = +19.$
- $(-5) - (+20) = (-5) + (-20) = -25.$

6 – Écriture simplifiée des suites d'additions.

Conventions d'écriture : Dans une suite d'additions de nombres relatifs, on peut :

- supprimer les signes d'additions et les parenthèses autour de chaque nombre ;
- supprimer également le signe d'un nombre positif écrit en début de calcul.

Point Important :

Pour calculer une expression simplifiée, il est plus facile :

- d'ajouter les nombres positifs entre eux ;
- d'ajouter les nombres négatifs entre eux ;
- de calculer la somme des deux termes restants.

Exemples :

$$A = (-7) + (-5) + (+4) + (-6)$$

$$A = -7 - 5 + 4 - 6$$

$$A = -18 + 4$$

$$A = -14$$

$$B = (+8) + (-6) + (+7)$$

$$B = 8 - 6 + 7$$

$$B = 15 - 6$$

$$B = 9$$

$$C = -12,5 + 3 - 14 - 0,5 + 15$$

$$C = 3 + 15 - 12,5 - 14 - 0,5$$

$$C = 18 - 27$$

$$C = -9$$

II – Multiplication de nombres relatifs.

1 – Multiplication de deux nombres relatifs.

Règle des signes :

- Le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif.
- Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Propriété : Pour calculer le produit de deux nombres relatifs :

- on applique la règle des signes,
- et on multiplie les distances à zéro.

Exemples :

a) Nombres de même signe :

- $(+ 6) \times (+ 7) = 42$
- $(- 6) \times (- 7) = 42$

b) Nombres de signes contraires :

- $(- 5) \times (+ 4) = - 20$
- $(+ 5) \times (- 4) = - 20$

Remarque : Multiplier un nombre relatif par $(- 1)$, c'est le changer en son opposé. Ainsi, quel que soit le nombre relatif x , $(- 1) \times x = - x$ et $x \times (- 1) = - x$.



$- x$ n'est pas toujours un nombre négatif : si $x = - 3$, alors $- x = + 3$.

2 – Multiplication de plusieurs nombres relatifs.

Règle des signes : Un produit de nombres relatifs non nuls est :

- positif si le nombre de facteurs négatifs est pair,
- négatif si le nombre de facteurs négatifs est impair.

Exemples :

- $(- 2) \times 4 \times (- 6) = 48$
- $(- 2) \times (- 3) \times (- 7) = - 42$

Remarque : Pour calculer un produit, on peut modifier l'ordre des facteurs.

Exemple : $(- 25) \times (- 32) \times 4 = (- 25) \times 4 \times (- 32) = 3200$.

III – Division de deux nombres relatifs.

Définition : a et b désignent deux nombres relatifs avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b , noté $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$, est le nombre qui, multiplié par b , donne a ($\frac{a}{b} \times b = a$).

Propriété : Pour calculer le quotient de deux nombres relatifs :

- on applique la même règle des signes que pour la multiplication,
- et on divise les distances à zéro.

Exemples :

a) Nombres de même signe :

- $\frac{- 8}{- 2} = 4$
- $\frac{15}{3} = 5$

b) Nombres de signes contraires :

- $\frac{- 14}{7} = - 2$
- $\frac{9}{- 3} = - 3$

IV – Inverse d'un nombre relatif différent de 0.

Définition : Deux nombres relatifs sont inverses lorsque leur produit est égal à 1.

Propriété : L'inverse d'un nombre relatif $x \neq 0$ est le quotient de 1 par x .

On le note $\frac{1}{x}$. On a donc $x \times \frac{1}{x} = 1$.

Remarque : L'inverse de $\frac{1}{x}$ est x .

Exemples :

- L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$ (= 0,5).
- L'inverse de -3 est $\frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$ ($\approx -0,3$).

Calculatrice : La touche $\boxed{1/x}$ ou $\boxed{x^{-1}}$ permet de calculer la valeur exacte ou une valeur approchée de l'inverse d'un nombre.

Exemples :

- L'inverse de -5 vaut $-0,2$, c'est-à-dire $\frac{1}{-5} = -0,2$.
- L'inverse de $7,2$ vaut environ $0,14$, c'est-à-dire $\frac{1}{7,2} \approx 0,14$.

Propriété : Diviser par un nombre relatif non nul, c'est multiplier par son inverse.

Ainsi, quels que soient les nombres relatifs a et $b \neq 0$, $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.

Exemple : $\frac{8}{-5} = 8 \times \frac{1}{-5} = 8 \times (-0,2) = -1,6$.

V – Ordre des calculs.

Règles de priorités : Dans une succession d'opérations sur les nombres relatifs, on effectue les calculs dans l'ordre suivant :

- les calculs entre parenthèses,
- les multiplications et les divisions (de gauche à droite),
- les additions et les soustractions (de gauche à droite).

Exemple : Calculer $A = 2 - 4 \times (1 - 3) + \frac{7 - 13}{4}$.



Les parenthèses sont sous-entendues au numérateur et au dénominateur d'un quotient.