Chapitre 3 : Géométrie dans l'espace.

I – Pyramide.

1 – Description.

Définition 1 : Une pyramide de sommet S est un solide dont :

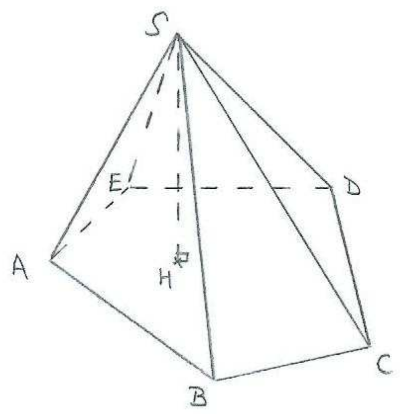
- une face, appelée base, est un polygone ne contenant pas S ;
- les autres faces, appelées faces latérales, sont des triangles qui ont pour sommet commun S.

Définition 2 : La hauteur d'une pyramide désigne :

- la droite passant par le sommet S de la pyramide et perpendiculaire à la base ;
- la longueur du segment [SH] joignant le sommet S de la pyramide au pied H de la hauteur.

Remarque : Il ne faut pas confondre la hauteur d'une pyramide et une hauteur d'une face.

2 – Exemple en perspective cavalière.



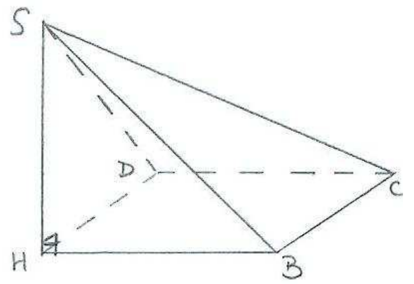
Le solide SABCDE est une pyramide dont :

- le polygone ABCDE est la base ;
- les triangles SAB, SBC, SCD, SDE et SEA sont les faces latérales ;
- le segment [SH] est la hauteur.

II – Cas particuliers de pyramides.

1 – Pyramide dont une arête est la hauteur.

Exemple :



La hauteur de la pyramide est aussi une arête.
H est un sommet de la base.

2 – Pyramides régulières.

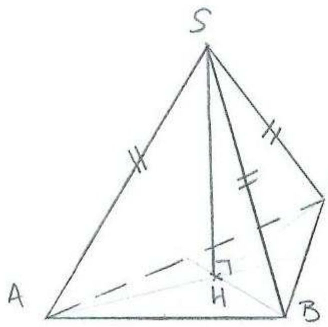
Définition : Une pyramide de sommet S est dite régulière lorsque :

- sa base est un polygone régulier ;
- sa hauteur [SO] passe par le centre O de ce polygone.

Rappel : Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et tous les angles la même mesure.

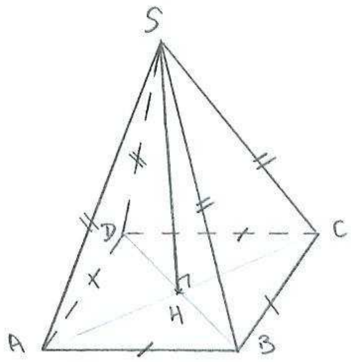
<u>Propriété</u> : Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles superposables.

<u>Exemple 1</u> :
Pyramide régulière à base triangulaire.



La base est un triangle équilatéral.
H est le point d'intersection des médiatrices de ce triangle.

<u>Exemple 2</u> :
Pyramide régulière à base carrée.



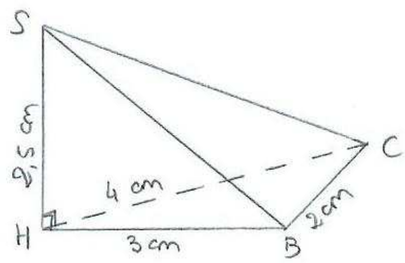
La base est un carré.
H est le centre de ce carré.

<u>Remarque</u> : Une pyramide dont la base est un triangle est appelée <u>tétraèdre</u>.

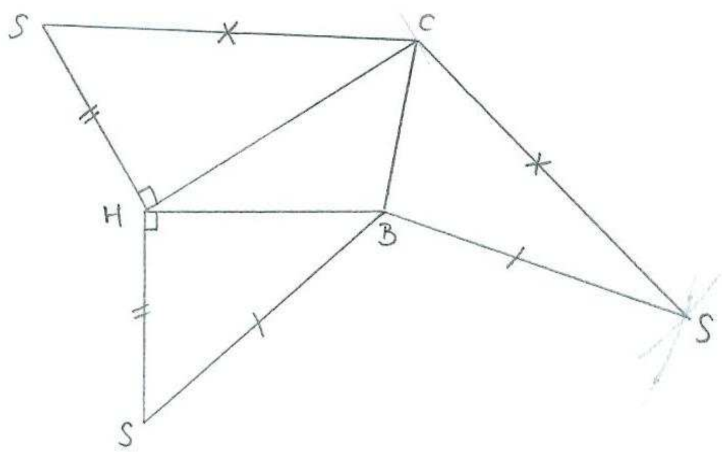
III – Patron d'une pyramide.

1 – Pyramide dont une arête est la hauteur.

<u>Exemple</u> : Construire un patron de la pyramide suivante :



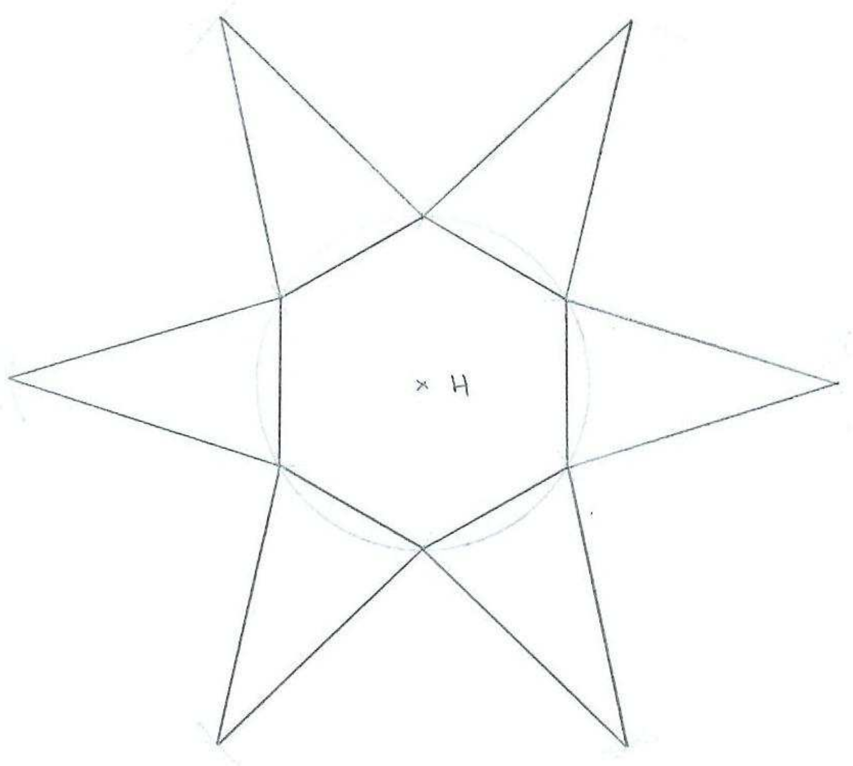
- On trace d'abord la base HBC,
- Puis, on trace les triangles rectangles SHB et SHC,
- Enfin, on reporte les longueurs SB et SC au compas pour la face SBC.



2 – Pyramides régulières.

<u>Exemple</u> : Construire un patron d'une pyramide régulière dont la base est un hexagone régulier de côté 2 cm. Une arête latérale mesure 3,5 cm.

- On trace un cercle de rayon 2 cm,
- Puis, on place sur ce cercle les six sommets de l'hexagone à l'aide d'un compas,
- Enfin, on trace les six triangles isocèles.



IV – Cône de révolution.

1 – Description.

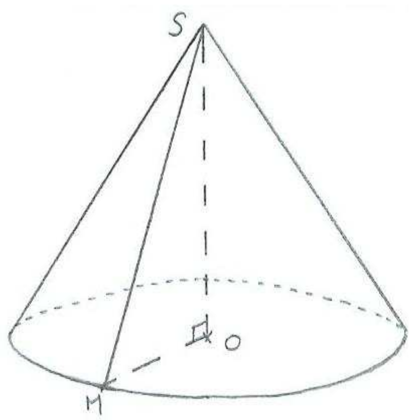
Définition 1 : Un cône de révolution est le solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit. Il est donc constitué :

- d'un disque, appelé base du cône ;
- d'une surface courbe engendrée par une génératrice qui est l'hypoténuse du triangle rectangle, appelée face latérale.

Définition 2 : La hauteur d'un cône de révolution désigne :

- la droite passant par le centre de la base et par le sommet du cône ;
- la longueur du segment joignant le centre de la base et le sommet du cône.

2 – Exemple en perspective cavalière.



Le cône de révolution est engendré par la rotation du triangle SOM rectangle en O autour de l'axe (SO) :

- S est le sommet du cône.
- [SO] est la hauteur du cône.
- [SM] est une génératrice du cône.
- [OM] est le rayon du disque de base.

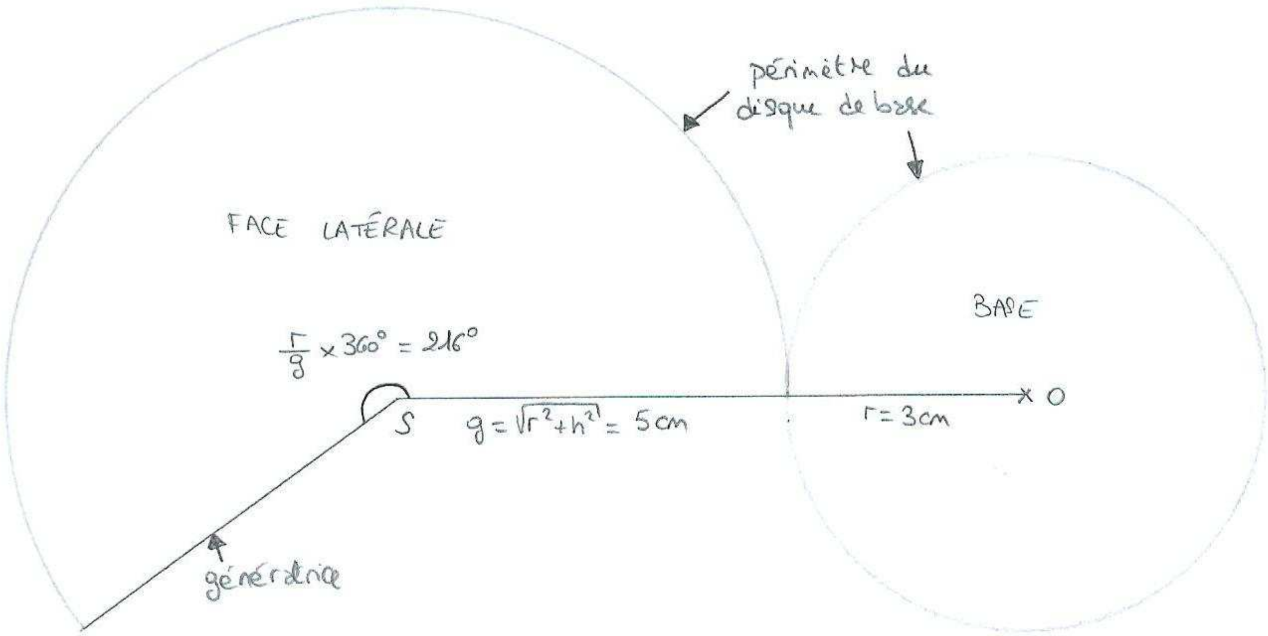
3 – Patron.

Le patron d'un cône de révolution est formé du disque de base et d'un secteur circulaire.
La longueur de l'arc de cercle de ce secteur est égale au périmètre de la base.

Exemple : Construire un patron d'un cône de révolution de rayon 3 cm et de hauteur 4 cm.

Pour tracer ce patron, on doit :

- Calculer une génératrice en utilisant le théorème de Pythagore,
- Puis, tracer sur même droite le rayon de la base et une génératrice,
- Enfin, tracer la base et la face latérale (après avoir calculer l'angle du secteur circulaire).



V – Aires et volumes d'une pyramide ou d'un cône de révolution.

1 – Aires d'un solide.

- L'aire latérale d'un solide est l'aire de l'ensemble de ses faces latérales.
- L'aire totale d'un solide est l'aire de toutes ses faces.

2 – Volumes d'une pyramide ou d'un cône de révolution.

- Le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution est égal au tiers du produit de l'aire de la base du solide par la hauteur du solide.

En notant **B** l'aire de la base et **h** la hauteur du solide, le volume **V** du solide est donc : $\mathbf{V}=\frac{1}{3}\times\mathbf{B}\times\mathbf{h}$.

Rappels :

- L'aire d'un triangle est : $A_T = \frac{c\times h}{2}$, où **h** est la hauteur associée au côté **c**.
- L'aire d'un disque de rayon **r** est : $A_D = \pi \times r^2$.