

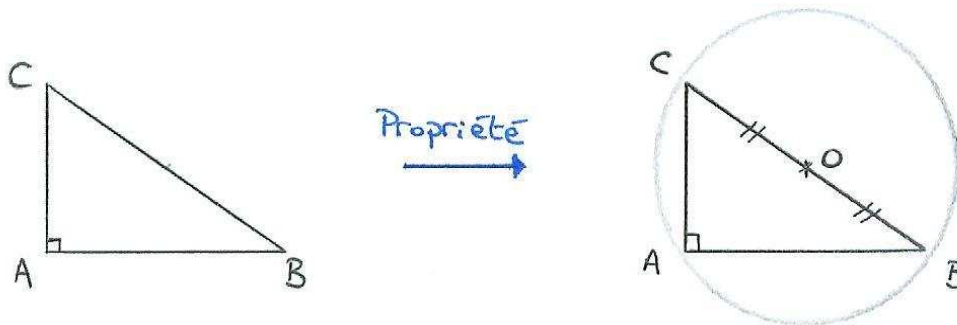
Chapitre 5 : Triangles rectangles.

I – Triangle rectangle et cercle.

Propriété : Si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans le cercle de diamètre son hypoténuse.

Autrement dit : Si un triangle est rectangle, alors le milieu de l'hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.

Exemple :



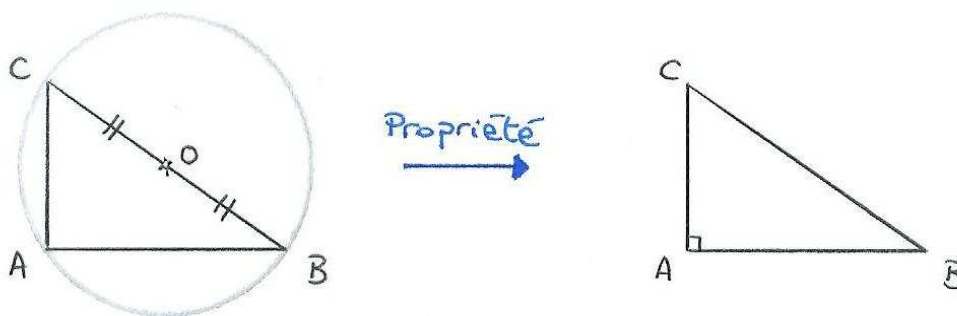
Données : Le triangle ABC est rectangle en A.

Conclusion : Le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [BC].

Propriété réciproque : Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce côté.

Autrement dit : Si le milieu d'un côté d'un triangle est le centre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce côté.

Exemple :



Données : Le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [BC].

Conclusion : Le triangle ABC est rectangle en A.

II – Triangle rectangle et médiane.

Propriété de la médiane : Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Autrement dit : Si un triangle est rectangle, alors le milieu de son hypoténuse est équidistant des sommets du triangle.

Exemple :



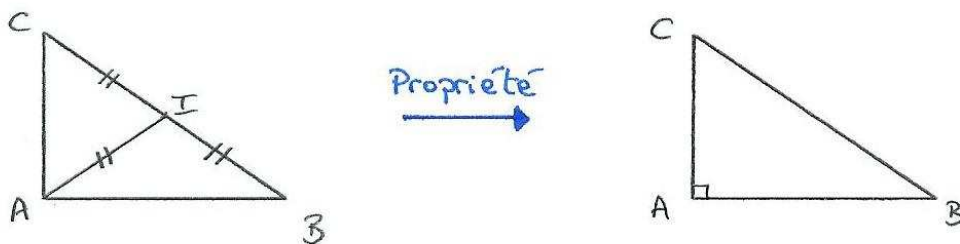
Données : Le triangle ABC est rectangle en A.
Le point I est le milieu de [BC].

Conclusion : $IA = IB = IC = \frac{BC}{2}$.

Réciproque de la propriété de la médiane : Si, dans un triangle, la longueur de la médiane relative à un côté est égale à la moitié de la longueur de ce côté, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce côté.

Autrement dit : Si, dans un triangle, le milieu d'un côté est équidistant de ses trois sommets, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce côté.

Exemple :



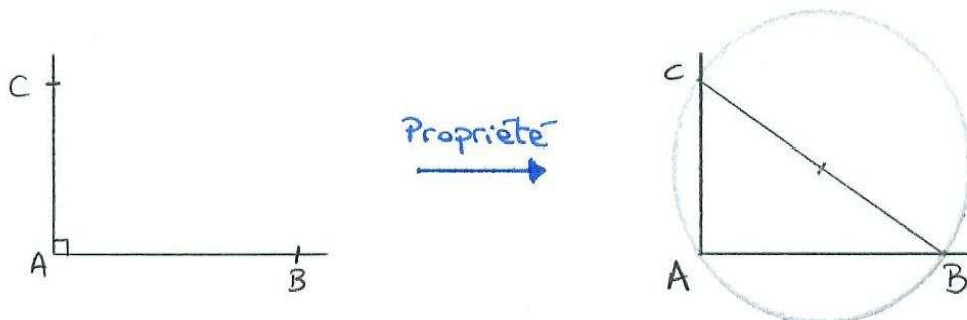
Données : I est le milieu de [BC] et $AI = \frac{BC}{2}$.

Conclusion : Le triangle ABC est rectangle en A.

III – Cercle et angle droit.

Propriété de l'angle droit : Si \widehat{BAC} est un angle droit, alors le point A appartient au cercle de diamètre [BC].

Exemple :

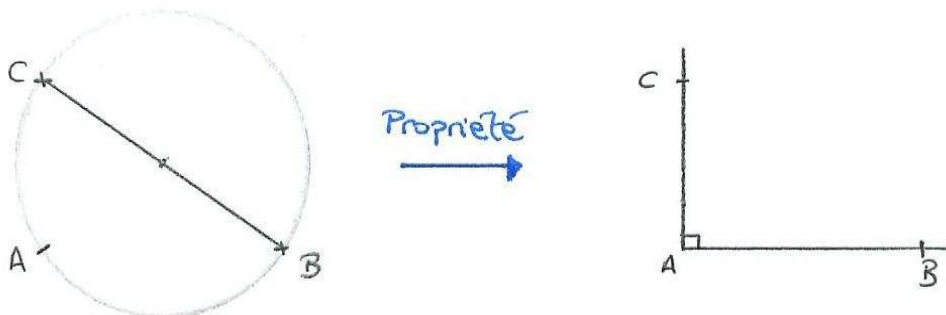


Données : $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

Conclusion : Le point A appartient au cercle de diamètre [BC].

Réciproque de la propriété de l'angle droit : Si un point A, distinct de B et C, appartient à un cercle de diamètre [BC], alors \widehat{BAC} est un angle droit.

Exemple :



Données : Le point A appartient au cercle de diamètre [BC].

Conclusion : L'angle \widehat{BAC} est droit.

IV – Remarques.

1 – Sur les propriétés.

Ces propriétés ne s'appliquent qu'aux triangles rectangles.

Elles permettent de :

- démontrer que le sommet de l'angle droit appartient au cercle dont un diamètre a pour extrémités les deux autres sommets.
- calculer la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse connaissant la longueur de l'hypoténuse.

2 – Sur les propriétés réciproques.

Ces propriétés réciproques permettent de démontrer qu'un triangle est rectangle ou qu'un angle est droit.

Dans la réciproque de la propriété de l'angle droit, si le point A est confondu avec le point B ou le point C, alors l'angle \widehat{BAC} n'est pas défini.