Chapitre 11 : Quadrilatères.

I – Parallélogramme.

1 – Définition.

Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles 2 à 2.

2 – Centre de symétrie.

Propriété : Un parallélogramme a un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses diagonales (centre du parallélogramme).

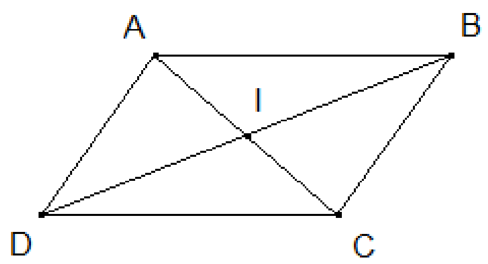
3 – Conséquences.

Propriétés :

- Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.
- Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.
- Dans un parallélogramme, les angles opposés ont la même mesure.
- Dans un parallélogramme, deux angles consécutifs sont supplémentaires.

4 – Exemple.

Soit *ABCD* un parallélogramme et soit I son centre.



On sait que *ABCD* est un parallélogramme,

- Donc *I* est le milieu des diagonales [*AC*] et [*BD*] ;
- Donc (*AB*) // (*DC*) et (*AD*) // (*BC*) ;
- Donc *AB* = *DC* et *AD* = *BC* ;
- Donc $\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$;
- Donc $\hat{A} + \hat{B} = \hat{B} + \hat{C} = \hat{C} + \hat{D} = \hat{D} + \hat{A} = 180°$.

5 – Du quadrilatère au parallélogramme.

Remarque : Par définition, si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles 2 à 2, alors c'est un parallélogramme.

Propriétés :

- Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur 2 à 2, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Remarque : Ces propriétés servent à prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

II – Rectangle.

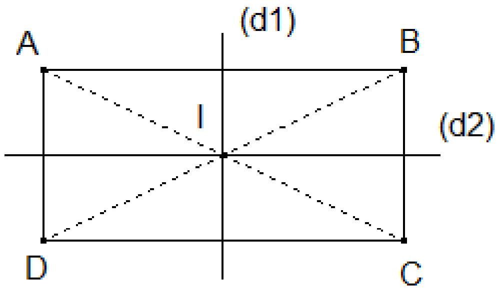
1 – Définition.

Définition : Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

2 – Éléments de symétrie.

- Un rectangle possède deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.
- Un rectangle possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Exemple :



Dans le rectangle *ABCD* ci-contre :
- les droites (*d1*) et (*d2*) sont les axes de symétrie ;
- le point *I* est le centre de symétrie.

3 – Propriétés.

Remarque : Un rectangle est un parallélogramme particulier : il a toutes ses propriétés.

Propriété propre au rectangle : Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.

4 – Du parallélogramme au rectangle.

Propriétés :
- Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.
- Si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle.

Remarque : Ces propriétés servent à prouver qu'un parallélogramme (ou un quadrilatère) est un rectangle.

III – Losange.

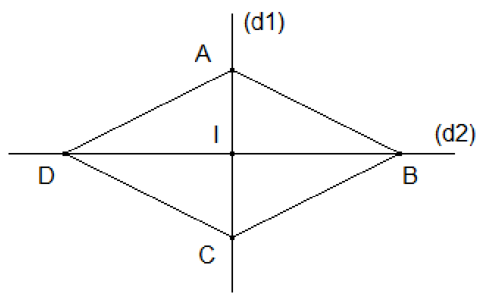
1 – Définition.

Définition : Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

2 – Éléments de symétrie.

Propriétés :
- Un losange possède deux axes de symétrie : ses diagonales.
- Un losange possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Exemple :



Dans le losange *ABCD* ci-dessus :
- les droites (*d1*) et (*d2*) sont les axes de symétrie ;
- le point *I* est le centre de symétrie.

3 – Propriétés.

Remarque : Un losange est un parallélogramme particulier : il a toutes ses propriétés.

Propriété propre au losange : Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

4 – Du parallélogramme au losange.

Propriétés :

- Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.
- Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.
- Si un quadrilatère a quatre côtés égaux, alors c'est un losange.

Remarque : Ces propriétés servent à prouver qu'un parallélogramme (ou un quadrilatère) est un losange.

IV – Carré.

1 – Définition.

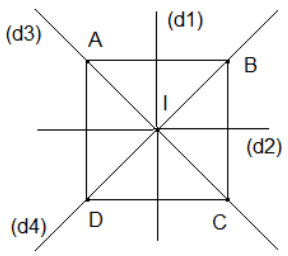
Définition : Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur.

2 – Éléments de symétrie.

Propriétés :

- Un carré possède quatre axes de symétrie : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.
- Un carré possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Exemple :



Dans le carré *ABCD* ci-dessus :

- les droites (*d1*), (*d2*), (*d3*) et (*d4*) sont les axes de symétrie ;
- le point *I* est le centre de symétrie.

3 – Propriétés.

Propriétés :

- Un carré est un parallélogramme particulier : il a toutes ses propriétés.
- De plus, un carré est à la fois un rectangle et un losange : il a toutes leurs propriétés.

4 – Du parallélogramme au carré.

Propriétés :

- Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.
- Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange, alors c'est un carré.
- Si un quadrilatère a ses côtés égaux et ses angles droits, alors c'est un carré.

Remarque : Ces propriétés servent à prouver qu'un parallélogramme (ou un quadrilatère) est un carré.

V – Bilan schématisé.