

Chapitre 12 : Statistiques.

I – Vocabulaire.

- Lorsque l'on mène une enquête, on effectue un relevé statistique.

On s'intéresse à une population d'individus (élèves d'une classe, pays de l'Union Européenne, animaux d'une région, ...) et on en étudie une propriété commune appelée un caractère (taille des élèves d'une classe, langue officielle des pays de l'Union Européenne, régime alimentaire des animaux d'une région, ...).

- Un caractère peut prendre plusieurs valeurs.

Par exemple, herbivore, carnivore, frugivore ... sont des valeurs possibles du caractère « régime alimentaire » de la population « animaux d'une région ».

- Un caractère peut être :

- quantitatif comme par exemple :

taille des élèves d'une classe ; poids des joueurs d'une équipe de rugby ; nombre de frères et sœurs des élèves d'une classe ; ...

- qualitatif comme par exemple :

le sport préféré par les élèves d'une classe ; langue officielle des pays de l'Union Européenne ; ...

Exemple :

Voici les notes obtenues par les élèves de la classe de 5^{ème} 1 lors d'un devoir (sur 10) :
6 ; 7 ; 2 ; 4 ; 7 ; 4 ; 10 ; 7 ; 4 ; 4 ; 10 ; 2 ; 5 ; 5 ; 4 ; 6 ; 6 ; 7 ; 6 ; 7.

- Ces notes constituent un relevé statistique.
- Population étudiée : les élèves de la classe de 5^{ème} 1.
- Caractère étudié : la note d'un devoir. Ce caractère est quantitatif.
- Données du caractère : les vingt notes obtenues. Certaines données apparaissent plusieurs fois.
- Valeurs du caractère : les six notes différentes obtenues : 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10.

II – Données statistiques.

1 – Effectifs et fréquences.

Définitions :

- L'effectif d'une valeur est le nombre de fois où cette valeur apparaît.
- L'effectif total est le nombre de données, c'est aussi la somme des effectifs de chaque valeur.
- La fréquence d'une valeur est le quotient de son effectif par l'effectif total :

$$\text{fréquence d'une valeur} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} .$$

Remarques :

- Une fréquence peut être exprimée par une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage. La fréquence en pourcentage est obtenue en multipliant la fréquence par 100.
- Une fréquence est un nombre compris entre 0 et 1, et la somme de toutes les fréquences est égale à 1.

Exemple : On reprend l'exemple du paragraphe I et on construit un tableau d'effectifs et de fréquences pour une meilleure lecture des données.

| Note | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | Total |
|------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|-------|
| Effectif | 2 | 5 | 2 | 4 | 5 | 2 | 20 |
| Fréquence | $\frac{2}{20} = 0,1$ | $\frac{5}{20} = 0,25$ | $\frac{2}{20} = 0,1$ | $\frac{4}{20} = 0,2$ | $\frac{5}{20} = 0,25$ | $\frac{2}{20} = 0,1$ | 1 |
| Fréquence (en %) | 10 | 25 | 10 | 20 | 25 | 10 | 100 |

2 – Regroupement en classes.

Remarque : Lorsque les valeurs numériques sont nombreuses, on peut les regrouper en classes pour faciliter leur lecture.

Définitions : Soient a et b deux nombres, avec a plus petit que b .

- L'ensemble des nombres x tels que $a \leq x < b$ s'appelle une classe. Elle comprend toutes les valeurs comprises entre a (inclus) et b (exclu).
- Le nombre $b - a$ est appelé l'amplitude de la classe.

Remarque : Il est plus simple de choisir des classes d'égale amplitude.

Exemple : Les 25 élèves de 5^{ème} 1 ont les moyennes trimestrielles suivantes :

16,7 ; 7 ; 6,6 ; 6,2 ; 12,4 ; 13,1 ; 15,3 ; 9,5 ; 4,9 ; 13,8 ; 9,8 ; 9,6 ; 12,8 ; 16,4 ; 17,9 ; 17,1 ; 13,5 ; 9,1 ; 10,4 ; 2 ; 10,8 ; 9,6 ; 13,1 ; 10,5 ; 15,3.

On décide de regrouper ces moyennes en cinq classes : de 0 à 4 ; de 4 à 8 ; de 8 à 12 ; de 12 à 16 ; de 16 à 20. On obtient alors le tableau ci-dessous :

| Moyenne m | $0 \leq m < 4$ | $4 \leq m < 8$ | $8 \leq m < 12$ | $12 \leq m < 16$ | $16 \leq m < 20$ | Total |
|------------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|------------------|-------|
| Effectif | 1 | 4 | 8 | 8 | 4 | 25 |
| Fréquence (en %) | 4 | 16 | 32 | 32 | 16 | 100 |

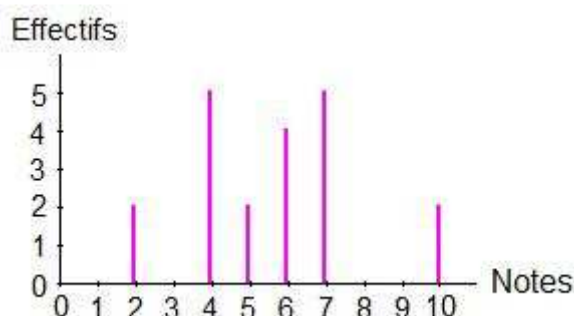
III – Représentations graphiques.

1 – Diagrammes en bâtons (ou en barres).

Remarque : Lorsque le caractère est quantitatif, ses valeurs peuvent être représentées à l'aide d'un diagramme en bâtons.

Exemple : On reprend l'exemple du paragraphe I et on construit un diagramme en bâtons.

- On trace deux demi-droites perpendiculaires, de même origine, l'une horizontale, l'autre verticale.
- En abscisses, on représente les notes sur 10.
- En ordonnées, on représente l'effectif de chaque note.
- Les valeurs sont représentées par des bâtons.
- La hauteur d'un bâton est proportionnelle à l'effectif de la valeur qu'il représente.



2 – Diagrammes en tuyaux d'orgue, en bandes ou en secteurs.

Remarque : Lorsque le caractère est qualitatif, ses valeurs peuvent être représentées à l'aide des différents diagrammes suivants.

Enquête : On étudie le sport préféré de chacun des élèves de trois classes.

On va dresser un tableau d'effectifs et de fréquences pour une meilleure lecture des résultats.

| Sport | Tennis | Football | Volley | Gym | Basket | Total |
|------------------|--------|----------|--------|-----|--------|-------|
| Effectif | 9 | 42 | 6 | 6 | 12 | 75 |
| Fréquence (en %) | 12 | 56 | 8 | 8 | 16 | 100 |

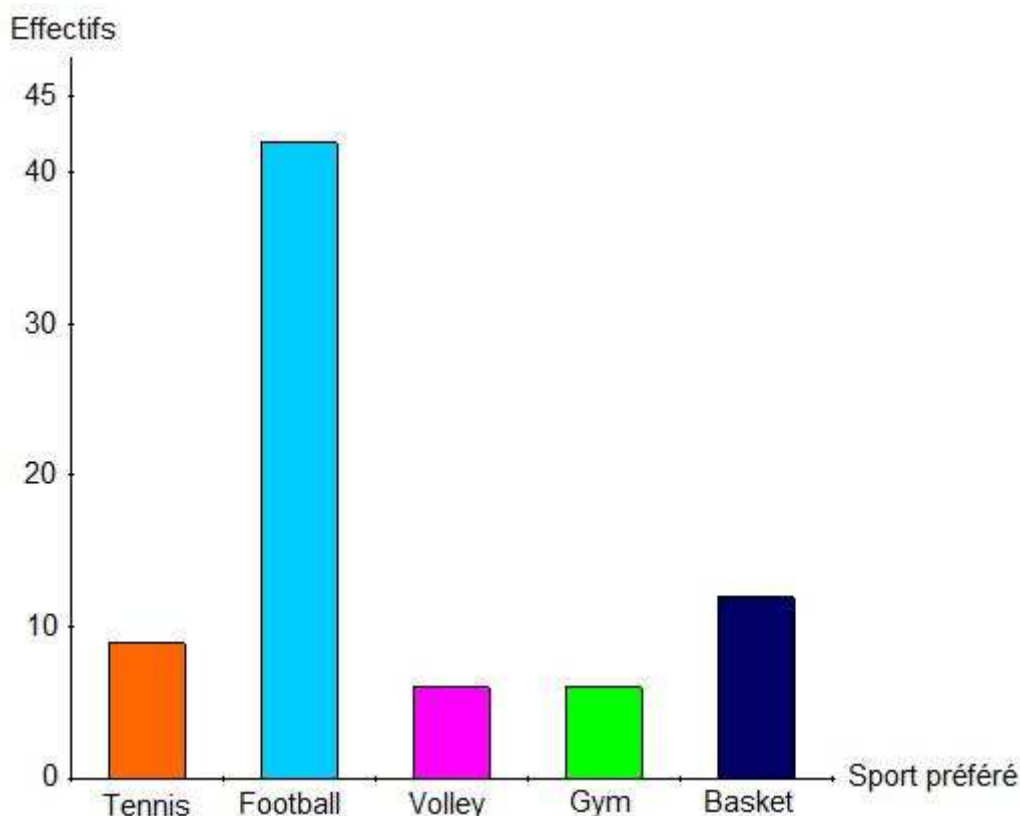
Population étudiée : les élèves des trois classes.

Caractère étudié : le sport préféré.

Valeurs du caractère : le tennis, le football, le volley, la gym, le basket.

a) Diagramme en tuyaux d'orgue.

- On trace deux demi-droites perpendiculaires, de même origine, l'une horizontale, l'autre verticale.
- En abscisses, on représente les différentes valeurs du caractère. On espace de manière régulière les différentes valeurs.
- En ordonnées, on représente les effectifs de chaque valeur.
- Les valeurs sont représentées par des rectangles de même largeur.
- La hauteur d'un rectangle est proportionnelle à l'effectif de la valeur qu'il représente.

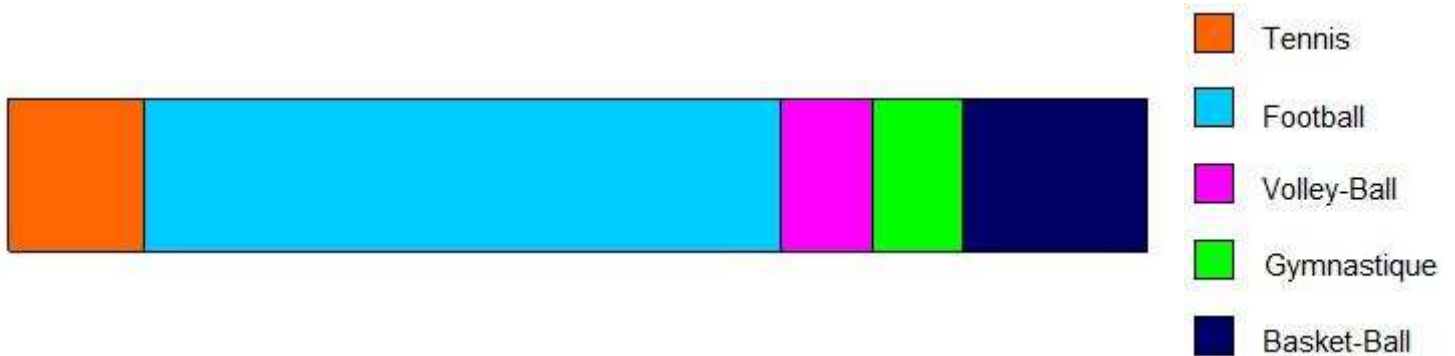


b) Diagramme en bandes.

- On représente la totalité des effectifs par une bande rectangulaire de largeur fixée.
- Cette bande est « découpée » selon l'effectif de chaque valeur : les longueurs de chaque rectangle sont proportionnelles aux effectifs de chaque valeur.
- La totalité des effectifs est représentée par une bande de 15 cm de longueur et 2 cm de largeur.

- Au tableau précédent, on ajoute la ligne suivante :

| | | | | | | |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| Longueurs (en cm) | 1,8 | 8,4 | 1,2 | 1,2 | 2,4 | 15 |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|



c) Diagramme en secteurs : circulaire ou semi-circulaire.

- On trace un disque ou un demi-disque.
- Chaque valeur est représentée par un secteur circulaire.
- La mesure de l'angle d'un secteur est proportionnelle à l'effectif de la valeur qu'il représente.
- Dans un diagramme circulaire la somme des angles vaut 360° ; dans un diagramme semi-circulaire la somme des angles vaut 180° .
- Au tableau précédent, on ajoute les deux lignes suivantes :

| | | | | | | |
|----------------------------|----|-----|----|----|----|-------------|
| Angles (arrondis au degré) | 43 | 201 | 29 | 29 | 58 | 360° |
| Angles (arrondis au degré) | 22 | 101 | 14 | 14 | 29 | 180° |



3 – Histogrammes.

Remarque : On utilise un histogramme pour représenter des valeurs numériques regroupées en classe.

Exemple : On reprend l'exemple du paragraphe II – 2 et on construit un histogramme.

- On trace deux demi-droites perpendiculaires, de même origine, l'une horizontale, l'autre verticale.
- En abscisses, on représente les moyennes.
- En ordonnées, on représente les effectifs.
- Chaque classe est représentée par un rectangle.
- Lorsque les valeurs sont réparties en classes d'égale amplitude, la hauteur d'un rectangle est proportionnelle à l'effectif de la classe qu'il représente.

