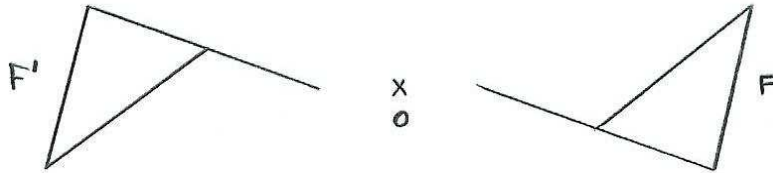


Chapitre 2 : Symétrie centrale.

I – Approche expérimentale.

Définition : Dans une symétrie centrale, deux figures sont symétriques par rapport à un point lorsqu'on passe d'une figure à l'autre en effectuant un demi-tour autour de ce point. Ce point est appelé le centre de la symétrie centrale.

Exemple :



Vocabulaire : On dit que :

- F' est le symétrique de F par rapport à O .
- F' est l'image de F par la symétrie de centre O .
- F et F' sont symétriques par rapport à O .

II – Symétrique d'un point.

Définition : Le symétrique d'un point M par rapport à un point O est le point M' tel que le point O soit le milieu du segment $[MM']$.

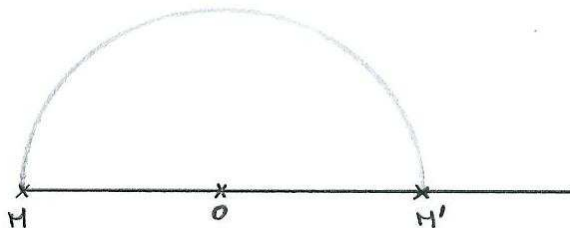


Remarque : Le centre O de la symétrie a pour symétrique lui-même.

Méthode pour construire à la règle et au compas le symétrique d'un point :

Construire le point M' symétrique d'un point M par rapport à un point O .

- 1) Placer un point M et un point O .
- 2) Tracer la demi-droite $[MO)$.
- 3) Tracer l'arc de cercle de centre O et de rayon OM : il coupe la demi-droite au point M' .



Propriétés :

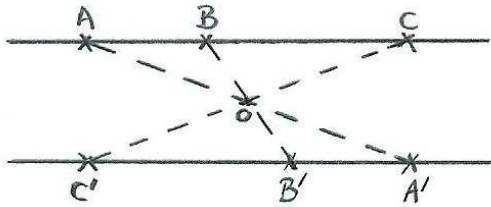
- 1) Si deux points A et B sont symétriques par rapport à un point I , alors le point I est le milieu du segment $[AB]$.
- 2) Si le point I est le milieu d'un segment $[AB]$, alors les points A et B sont symétriques par rapport au point I .

III – Propriétés de la symétrie centrale.

1 – Alignement de points.

- La symétrie centrale conserve l'alignement des points : si trois points sont alignés, alors leurs symétriques respectifs par rapport à un point sont aussi alignés.

Exemple :

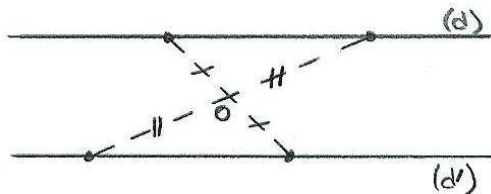


Les points A, B et C sont alignés : leurs symétriques A', B' et C' par rapport à O sont aussi alignés.

2 – Droites symétriques.

- Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont parallèles.

Exemple :



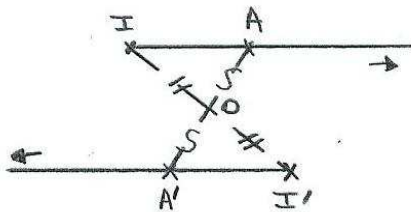
Les droites (d) et (d') sont symétriques par rapport à O : elles sont parallèles.

Remarque : Si le point O appartient à la droite (d), alors le symétrique de la droite (d) par rapport à O est la droite (d).

3 – Demi-droites symétriques.

- Si deux demi-droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont parallèles et de sens opposés.

Exemple :

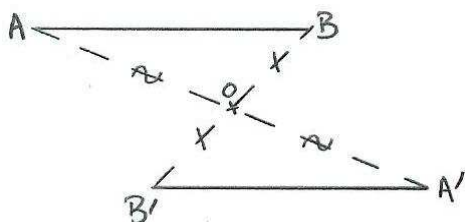


Les demi-droites [IA) et [I'A') sont symétriques par rapport à O : elles sont parallèles et de sens opposés.

4 – Segments symétriques.

- La symétrie centrale conserve les longueurs : si deux segments sont symétriques par rapport à un point, alors ils sont parallèles et de même longueur.

Exemple :

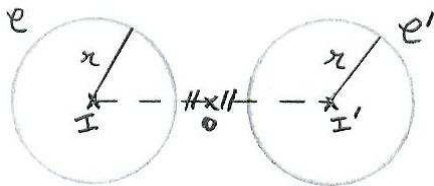


Les segments [AB) et [A'B') sont symétriques par rapport à O : ils sont parallèles et de même longueur.

5 – Cercles symétriques.

- Si deux cercles sont symétriques par rapport à un point, alors leurs centres sont symétriques par rapport à ce point et leurs rayons sont égaux.

Exemple :

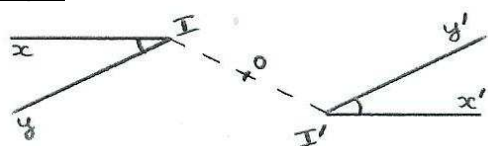


Les cercles C et C' sont symétriques par rapport à O : les rayons sont égaux, I et I' sont symétriques par rapport à O .

6 – Angles symétriques.

- La symétrie centrale conserve les mesures des angles : si deux angles sont symétriques par rapport à un point, alors leurs mesures sont égales.

Exemple :

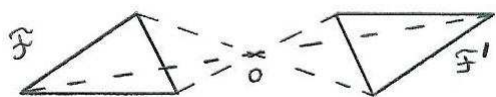


Les angles \widehat{xIy} et $\widehat{x'I'y'}$ sont symétriques par rapport à O : leurs mesures sont égales.

7 – Figures symétriques.

- La symétrie centrale conserve les périmètres et les aires des figures : si deux figures sont symétriques par rapport à un point, alors leur périmètres sont égaux et leurs aires sont égales.

Exemple :

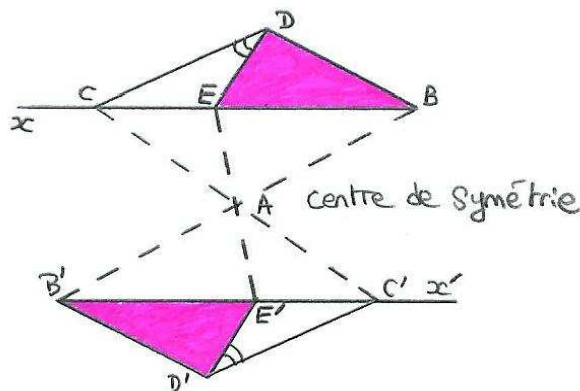


F et F' sont symétriques par rapport à O : leurs périmètres sont égaux et leurs aires sont égales.

8 – Résumé Bilan.

La symétrie centrale conserve :

- les alignements de points,
- les directions des droites (c'est-à-dire : toute droite est parallèle à sa symétrique),
- la direction d'une demi-droite (sa symétrique lui sera parallèle mais en changeant de sens),
- les longueurs,
- les angles,
- les périmètres et les aires.



IV – Centres et axes de symétrie de figures.

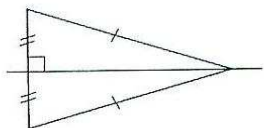
Définition : Un point est le centre de symétrie d'une figure lorsque le symétrique de la figure par rapport à ce point est la figure elle-même.

Exemples :

- La lettre **T** n'a pas de centre de symétrie.
- La lettre **Z** a un centre de symétrie, c'est le milieu de la barre oblique.

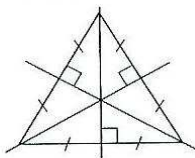
Figures usuelles :

Triangle isocèle



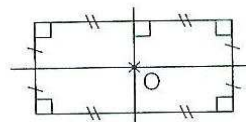
Un axe de symétrie.
Pas de centre de symétrie.

Triangle équilatéral



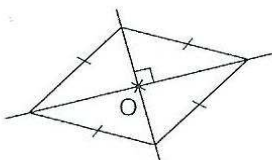
Trois axes de symétrie.
Pas de centre de symétrie.

Rectangle



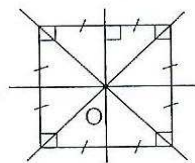
Deux axes de symétrie.
Un centre de symétrie O.

Losange



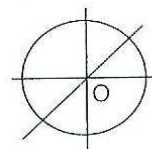
Deux axes de symétrie.
Un centre de symétrie O.

Carré



Quatre axes de symétrie.
Un centre de symétrie O.

Cercle de centre O



Toute droite qui passe par O
est axe de symétrie.
Un centre de symétrie O.