

Chapitre 11 : Symétrie axiale.

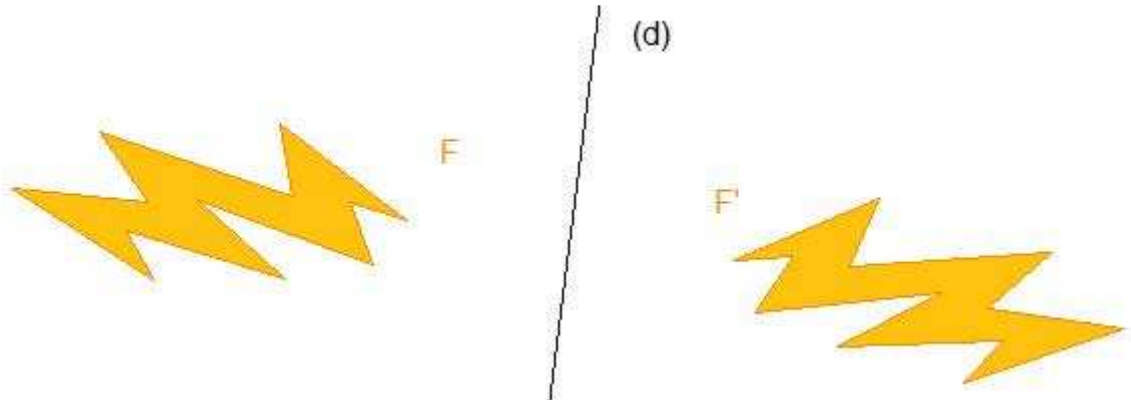
I – Approche expérimentale.

Définition : Deux figures sont symétriques par rapport à une droite si, en pliant suivant cette droite, les deux figures se superposent.

Cette droite est appelée l'axe de la symétrie.

Remarque : La symétrie par rapport à une droite est aussi appelée symétrie axiale.

Exemple :

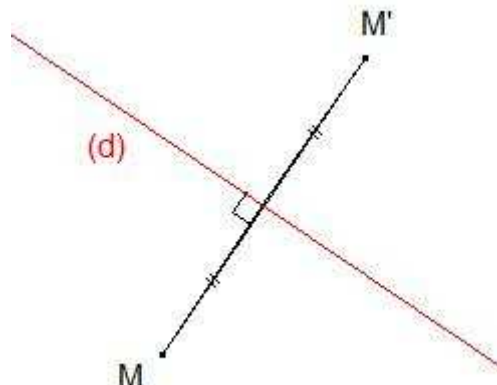


Vocabulaire : On dit que :

- F' est le symétrique de F par rapport à (d) .
- F' est l'image de F par la symétrie d'axe (d) .
- F et F' sont symétriques par rapport à (d) .

II – Symétrique d'un point.

Définition : Le symétrique d'un point M par rapport à une droite (d) est le point M' tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment $[MM']$.



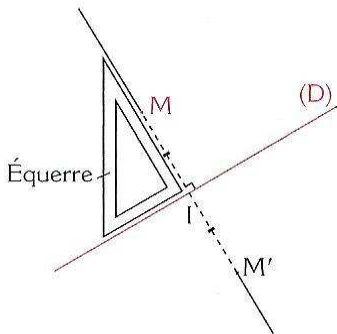
Remarque : Lorsque le point M appartient à la droite (d) , le point M' est confondu avec le point M .

Méthode pour construire le symétrique d'un point :

Construire le point M' symétrique d'un point M par rapport à une droite (D) .

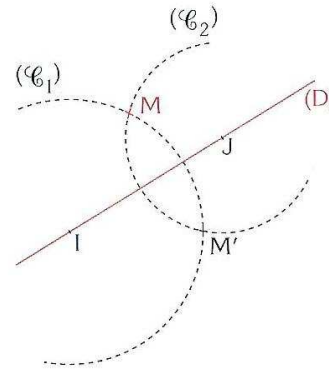
1^{ère} Méthode : Avec l'équerre.

- 1) On trace la perpendiculaire à (D) passant par M.
- 2) Elle coupe (D) en un point I.
- 3) On place M' tel que I soit le milieu de [MM'], c'est-à-dire tel que $MI = IM'$ et $M' \in [MI]$. (Pour reporter la longueur IM, on peut utiliser le compas.)



2^{ème} Méthode : Avec le compas.

- 1) On place deux points distincts I et J sur (D).
- 2) On trace le cercle (C₁) de centre I et de rayon IM.
- 3) On trace le cercle (C₂) de centre J et de rayon JM.
- 4) (C₁) et (C₂) se coupent en deux points M et M'. (Dans la pratique, on ne trace pas les cercles (C₁) et (C₂) en entier.)

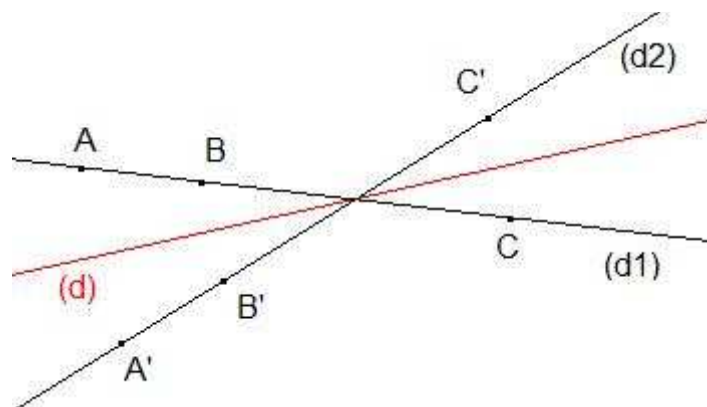


III – Propriétés de la symétrie axiale.

1 – Symétrique d'une droite.

Propriété : Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite. Autrement dit, des points alignés ont pour symétriques des points alignés.

Exemple :



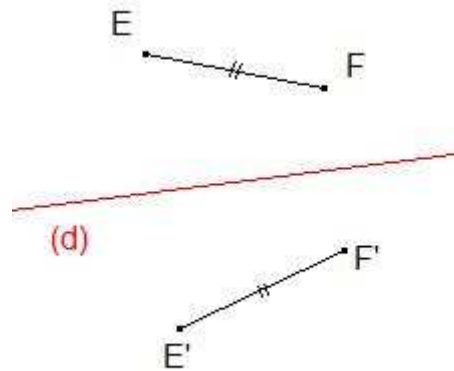
Le symétrique de la droite (d1) par rapport à la droite (d) est la droite (d2)

Les points A, B et C sont alignés, donc leurs symétriques A', B' et C' sont aussi alignés.

2 – Symétrique d'un segment.

Propriété : Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur. La symétrie axiale conserve les longueurs.

Exemple :

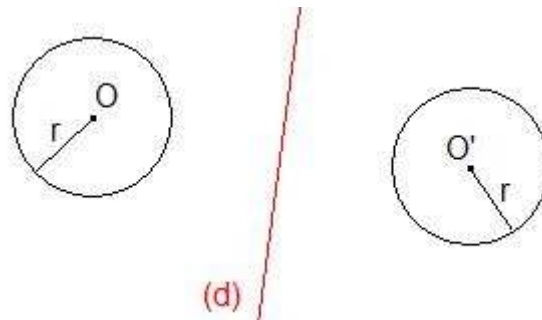


Le symétrique du segment [EF] par rapport à la droite (d) est le segment [E'F'], donc $E'F' = EF$.

3 – Symétrique d'un cercle.

Propriété : Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon. Les centres de ces cercles sont symétriques par rapport à l'axe de la symétrie.

Exemple :

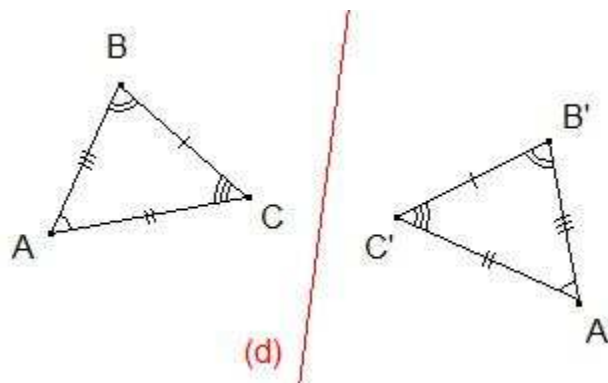


Le symétrique du cercle de centre O et de rayon r par rapport à la droite (d) est le cercle de centre O' et de rayon r. Les points O et O' sont symétriques par rapport à la droite (d).

4 – Figures symétriques.

Propriété : Le symétrique d'une figure par rapport à une droite est une figure qui lui est superposable. La symétrie axiale conserve les mesures d'angles, les périmètres et les aires.

Exemple :



Le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (d) est le triangle A'B'C'.

- Ils ont les mêmes longueurs : $AB = A'B'$; $AC = A'C'$ et $BC = B'C'$.
- Ils ont les mêmes mesures d'angle : $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$; $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'}$.
- Ils ont le même périmètre et la même aire.

IV – Axes de symétrie de figures.

Définition : Une droite est un axe de symétrie d'une figure lorsque le symétrique de la figure par rapport à cette droite est la figure elle-même, c'est-à-dire si les deux parties de la figure se superposent par pliage le long de cette droite.

Exemples :

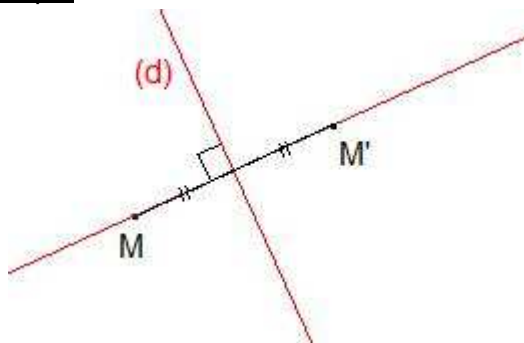
- La lettre **T** a un axe de symétrie, c'est la droite « verticale ».
- La lettre **Z** n'a pas d'axe de symétrie.

1 – Axes de symétrie d'un segment, d'un angle.

Propriété : Un segment possède deux axes de symétrie :

- la médiatrice de ce segment ;
- la droite qui porte ce segment.

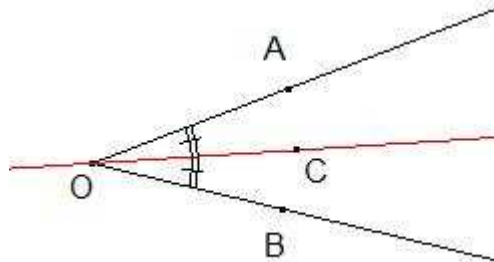
Exemple :



Les droites (d) et (MM') sont les deux axes de symétrie du segment [MM'].

Propriété : Un angle possède un axe de symétrie : la droite qui porte sa bissectrice.

Exemple :



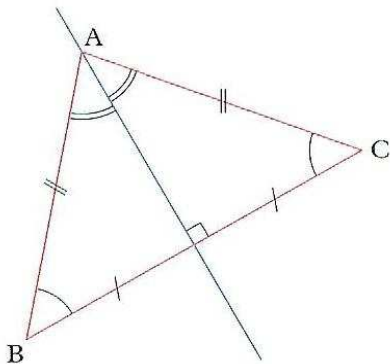
L'angle \widehat{AOB} a pour axe de symétrie la droite (OC) et pour bissectrice, la demi-droite [OC).

2 – Axes de symétrie de triangles.

a) Triangle isocèle.

Propriété : Un triangle isocèle possède un axe de symétrie : la médiatrice de sa base. Cet axe de symétrie est aussi la bissectrice de son angle au sommet principal.

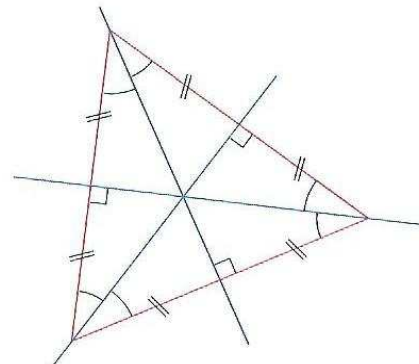
Exemple :



b) Triangle équilatéral.

Propriété : Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés. Ces trois axes de symétrie sont aussi les bissectrices du triangle équilatéral.

Exemple :

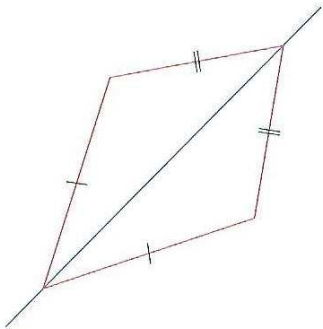


3 – Axes de symétrie de quadrilatères.

a) Cerf-volant.

Propriété : Un cerf-volant possède un axe de symétrie : une de ses diagonales.

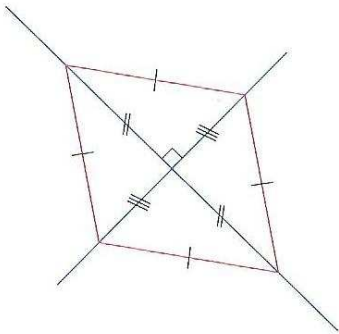
Exemple :



b) Losange.

Propriété : Un losange possède deux axes de symétrie : ses diagonales.

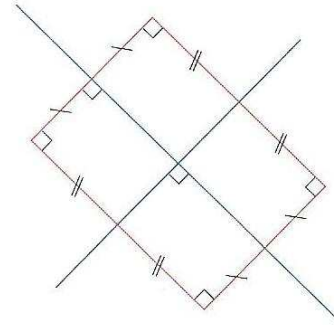
Exemple :



c) Rectangle.

Propriété : Un rectangle possède deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

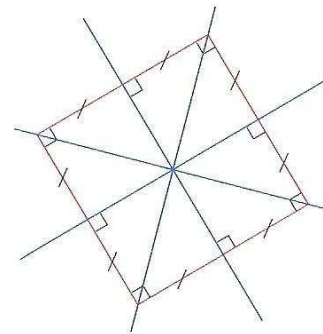
Exemple :



d) Carré.

Propriété : Un carré possède quatre axes de symétrie : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.

Exemple :



4 – Axes de symétrie d'un cercle.

Propriété : Un cercle possède une infinité d'axes de symétrie : ses diamètres.

Exemple :

