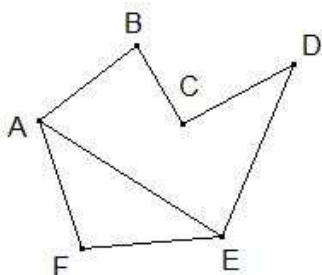


Chapitre 8 : Polygones.

I – Généralités.

Définition 1 : Un polygone est une figure fermée dont les côtés sont des segments.

Exemple : Soit ABCDEF un polygone.



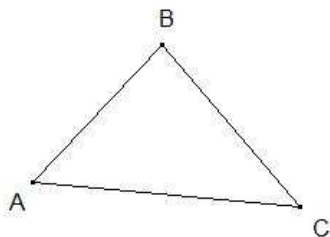
- Les segments [AB], [BC], [CD], [DE], [EF] et [FA] sont les 6 côtés du polygone.
- Les points A, B, C, D, E et F sont les 6 sommets du polygone.
- Le segment [AE] est une diagonale.

Remarques :

- Une diagonale est un segment qui joint 2 sommets mais qui n'est pas un côté.
- Pour nommer un polygone, on lit les lettres qui désignent ses sommets en suivant ses côtés : dans l'exemple, le polygone ABCDEF peut aussi se nommer BCDEFA ou AFEDCB etc....

Définition 2 : Un triangle (ou trigone) est un polygone à trois côtés.

Exemple : Soit ABC un triangle.

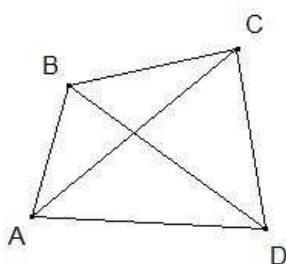


- Les segments [AB], [BC] et [CA] sont les 3 côtés du triangle.
- Les points A, B et C sont les 3 sommets du triangle.
- Les angles \widehat{ABC} , \widehat{ACB} et \widehat{BAC} sont les 3 angles du triangle.

Remarque : Un triangle n'a pas de diagonale !

Définition 3 : Un quadrilatère (ou tétragone) est un polygone à quatre côtés.

Exemple : Soit ABCD un quadrilatère.



- Les segments [AB], [BC], [CD] et [DA] sont les 4 côtés du quadrilatère.
- Les points A, B, C et D sont les 4 sommets du quadrilatère.
- Les angles \widehat{ABC} , \widehat{BCD} , \widehat{CDA} et \widehat{DAB} sont les 4 angles du quadrilatère.
- Les segments [AC] et [BD] sont les 2 diagonales du quadrilatère.

Remarques :

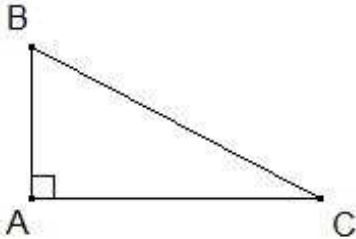
- On dit que [AB] et [CD] sont des côtés opposés.
- On dit que [AB] et [BC] sont des côtés consécutifs ou adjacents.

II – Des triangles particuliers.

1 – Triangle rectangle.

Définition : Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.
Le côté opposé à l'angle droit est appelé hypoténuse.

Exemple : Soit ABC un triangle rectangle en A.



- Le côté [BC] est l'hypoténuse du triangle ABC.
- Les côtés [AB] et [AC] sont les côtés de l'angle droit.

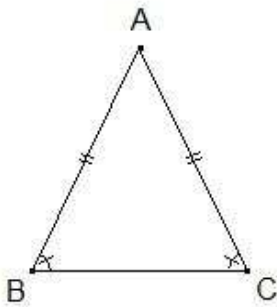
Remarque : La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est plus grande que la longueur de chacun des deux autres côtés.

2 – Triangle isocèle.

Définition : Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Propriété : Un triangle isocèle a deux angles de même mesure (les angles à la base).

Exemple : Soit ABC un triangle isocèle en A.

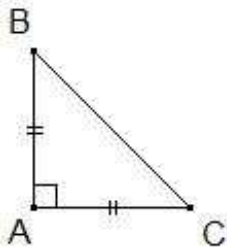


- On dit que A est le sommet principal.
- On dit que [BC] est la base.
- On a $AB = AC$.
- On a $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

3 – Triangle rectangle isocèle.

Définition : Un triangle rectangle isocèle est un triangle qui a un angle droit et deux côtés de même longueur.

Exemple : Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A.



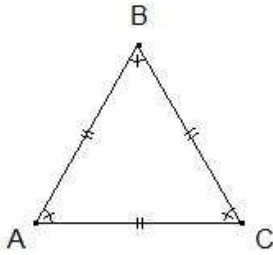
- Le côté [BC] est l'hypoténuse du triangle ABC.
- On a $AB = AC$.

4 – Triangle équilatéral.

Définition : Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

Propriété : Un triangle équilatéral a ses trois angles de même mesure égale à 60° .

Exemple : Soit ABC un triangle équilatéral.



- On a $AB = BC = CA$.
- On a $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$.

Remarque : Un triangle équilatéral ABC est un triangle isocèle à la fois en A, en B et en C.

III – Des quadrilatères particuliers.

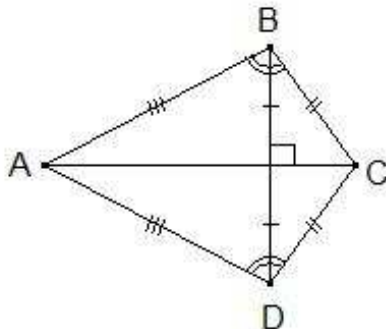
1 – Cerf-volant.

Définition : Un cerf-volant est un quadrilatère qui a deux paires de côtés consécutifs de même longueur.

Propriétés :

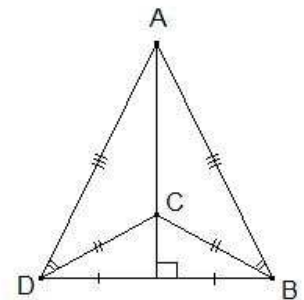
- Un cerf-volant a l'une des diagonales qui est la médiatrice de l'autre.
- Un cerf-volant a deux angles opposés de même mesure.

Exemples : Dans les deux figures ci-dessous, ABCD est un cerf-volant.



On a :

- $AB = AD$ et $CB = CD$.
- (AC) est la médiatrice de $[BD]$.
- $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.



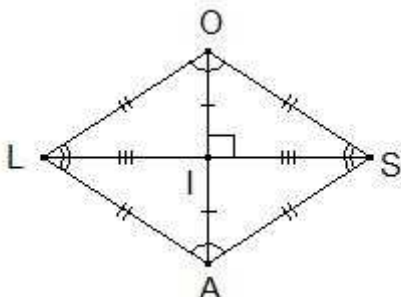
2 – Losange.

Définition : Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

Propriétés :

- Un losange a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires.
- Un losange a ses côtés opposés parallèles et des angles opposés de même mesure.

Exemple : Soit LOSA un losange. I est le centre du losange.



On a :

- $LO = OS = SA = AL$; $LI = IS$ et $OI = IA$.
- $(LS) \perp (OA)$; $(LO) \parallel (AS)$ et $(OS) \parallel (LA)$.
- $\widehat{OLA} = \widehat{OSA}$ et $\widehat{LOS} = \widehat{LAS}$.

Remarque : Un losange est un cerf-volant particulier.

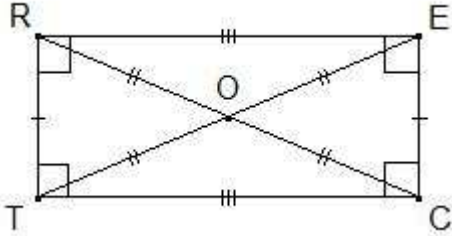
3 – Rectangle.

Définition : Un rectangle est un quadrilatère qui a 4 angles droits.

Propriétés :

- Un rectangle a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont de même longueur.
- Un rectangle a ses côtés opposés parallèles et de même longueur.

Exemple : Soit RECT un rectangle. O est le centre du rectangle.



On a :

- $RO = EO = CO = TO$; $RE = TC$ et $RT = EC$.
- $(RE) \parallel (TC)$ et $(RT) \parallel (EC)$.

Propriété permettant de reconnaître un rectangle : Si un quadrilatère a 3 angles droits, alors ce quadrilatère est un rectangle (Démonstration en exercice).

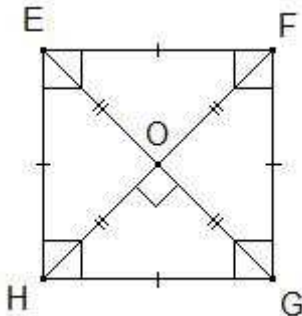
4 – Carré.

Définition : Un carré est un quadrilatère qui a 4 angles droits et ses 4 côtés de même longueur.

Propriétés : Un carré est à la fois un rectangle et un losange.

Le carré possède donc toutes les propriétés du losange et toutes les propriétés du rectangle.

Exemple : Soit EFGH un carré. O est le centre du carré.



On a :

- $EF = FG = GH = HE$ et $EO = FO = GO = HO$.
- $(EF) \parallel (HG)$ et $(EH) \parallel (FG)$.
- $(EG) \perp (FH)$.